



Modélisation électromagnétique : applications à la télédétection océanique et à la diffusion optique

Gabriel Soriano

► To cite this version:

Gabriel Soriano. Modélisation électromagnétique : applications à la télédétection océanique et à la diffusion optique. Electromagnétisme. Université d'Aix-Marseille, 2014. tel-01097088

HAL Id: tel-01097088

<https://hal.science/tel-01097088>

Submitted on 18 Dec 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ

HABILITATION À DIRIGER LES RECHERCHES

SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE

**Modélisation électromagnétique :
applications à la télédétection
océanique et à la diffusion optique**

Gabriel SORIANO

19 février 2014

Table des matières

Introduction	5
Chronologie	5
Cinq résultats marquants	7
1 La méthode des moments	9
1.1 Introduction	9
1.2 La méthode des moments	10
1.3 Gestion des effets de bord	11
1.4 L’approche du plan localement déformé	13
1.5 Implémentation numérique	16
1.6 Perspectives	18
2 Surface efficace océanique microonde	23
2.1 Introduction	23
2.2 État de l’art	25
2.3 Méthodes du premier ordre	27
2.4 Modèle à deux échelles	30
2.5 WCA	32
2.6 Perspectives	34
3 Spectre Doppler océanique microonde	37
3.1 Introduction	37
3.2 Théorie perturbative	38

3.3	Spectre Doppler numérique	40
3.4	Surface non-linéaire	42
3.5	Modèle Choppy Wave	44
3.6	Perspectives	46
4	Surfaces optiques	49
4.1	Introduction	49
4.2	Rugosité et reflectivité	50
4.3	Caractérisation de rugosités aléatoires	52
4.4	Synthèse d'ouverture	56
4.5	Méthode inverse de diffraction	58
4.6	Perspectives	61
5	Polarisation et cohérence de la lumière	65
5.1	Introduction	65
5.2	Speckle intégré	66
5.3	Repolarisation	69
5.4	Cohérence temporelle	71
5.5	Dépolarisation	73
5.6	Perspectives	76
	Bibliographie	79
A	Documents joints	101
A.1	Scattering of electromagnetic waves from rough surfaces: a boundary integral method for low-grazing angles	102
A.2	A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea	111
A.3	Doppler spectra from a two-dimensional ocean surface at L-band	116
A.4	Full polarization optical profilometry	125
A.5	Enpolarization of light by scattering media	133
A.6	Copie du rapport de soutenance de thèse	141

Introduction

Ce manuscrit présente un résumé des travaux post-doctoraux de recherche que j'ai mené entre 2000 et 2013 à l'Institut Fresnel sur le campus marseillais de Saint-Jérôme. Il aurait été plaisant d'y consigner toutes les voies explorées durant ces années, tous les calculs préliminaires, dissuasifs ou prometteurs. Ce manuscrit compterait alors 400 pages et 1000 équations. Convenant que l'exercice de la synthèse trouve ici tout son d'intérêt, j'ai préféré faire acte de sobriété, et travaillé dans la mesure de mes moyens à la clarté et à la concision du présent manuscrit.

Pour souscrire à l'exigence de mon université, ce manuscrit comprend en annexe A.6 une copie du rapport de ma soutenance de thèse.

Chronologie

J'ai débuté la recherche en Physique en 1996 lors de mon stage de DEA (M2 depuis la réforme du LMD) sous la direction de P. Vincent et M. Saillard. Le sujet portait déjà sur la *modélisation de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses*, qui est restée jusqu'à présent ma thématique de recherche centrale. Ce stage m'a permis d'aborder ce sujet difficile et théorique malgré mon petit niveau et ma modeste origine universitaire, car il était très orienté vers les méthodes numériques. C'est ainsi que je suis rentré au prestigieux Laboratoire d'Optique Électromagnétique (LOE) de l'Université Aix-Marseille III : par la petite porte. Naturellement, j'étais conquis.

La thèse sous la direction de M. Saillard *Etude de la diffraction électromagnétique*

par des surfaces rugueuses bidimensionnelles m'a donné l'opportunité d'approfondir les différents aspects de cette problématique : l'électromagnétisme et la diffraction des ondes, le formalisme intégral de frontière et les méthodes numériques associées, les surfaces rugueuses aléatoires et la statistique du champ diffracté. En 2000, pour ma soutenance, le LOE était devenu, en fusionnant avec deux autres laboratoires, l'Institut Fresnel. C'est dans ce laboratoire que je fais ma recherche depuis, avec un statut d'enseignant-chercheur. Après une année en tant qu'Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche, j'ai eu la chance d'être recruté puis titularisé maître de conférences, à l'Université d'Aix-Marseille III.

Au sein de l'Institut Fresnel, j'ai été membre de l'équipe de recherche Télédétection et Expérimentation Microonde (TEM), fondée et dirigée par M. Saillard jusqu'à son départ en 2004 pour le Laboratoire de Sondage Électromagnétique de l'Environnement Terrestre (LSEET) et l'Université du Sud-Toulon-Var (USTV). J'ai travaillé dans l'équipe TEM sur la télédétection océanique : en troisième année de thèse, j'avais commencé à étudier la surface de mer et à appliquer à cette surface un modèle rigoureux de diffraction électromagnétique.

En 2001, C.-A. Guérin, brillant mathématicien appliqué, est recruté comme maître de conférences en Physique. Il a démarré dans notre équipe une activité sur les méthodes approchées à laquelle j'ai participé. Depuis, je travaille en parallèle sur les deux aspects modélisation rigoureuse et méthodes approchées, et pour la thématique télédétection océanique, toujours en collaboration avec M. Saillard et C.-A. Guérin.

En 2004, l'équipe change de nom pour Sondage ElectroMagnétique et Optique, et est dirigée par H. Giovannini. J'aborde alors le thème de l'incidence rasante, et j'encadre avec M. Saillard et J.-M. Elissalt, chef de l'équipe Compatibilité Electromagnétique à DCNS Toulon, la thèse de P. Spiga *Diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante* entre 2005 et 2008 puis celle de D. Miret, démarrée en 2011. M. Saillard est élu Président de l'USTV peu après.

C.-A. Guérin quitte l'équipe et rejoint à son tour l'USTV/LSEET pour devenir Professeur en 2007, et en 2008 une partie des membres quitte SEMO pour fonder HIPE,

une équipe centrée sur les microondes. A. Sentenac prend alors les rênes de l'équipe et réoriente SEMO vers l'Optique et la microscopie. Entre 2009 et 2012, j'encadre avec K. Belkebir, H. Giovannini et A. Sentenac la thèse de S. Arhab *Profilométrie optique par méthodes inverses de diffraction électromagnétique* au nom évocateur.

A partir de 2011, je collabore avec C. Amra, M. Zerrad et H. Tortel sur la diffusion de la lumière partiellement polarisée en milieux désordonnés dans le cadre du projet ANR TRAMEL. En 2012, je participe à l'aventure CONCEPT, équipe nouvellement fondée et dirigée par C. Amra. J'y retrouve notamment S. Guenneau et B. Gralak, anciens de l'équipe CLARTE à l'Institut Fresnel et doctorants au LOE à la même époque que moi.

Cinq résultats marquants

Ces cinq résultats marquants, publiés dans cinq articles fournis en annexe, ont servi de fil conducteur à ce manuscrit, organisé en cinq chapitres indépendants.

- Un des intérêts d'un modèle rigoureux est de tester différentes approximations physiques. Pour la diffraction surfacique, l'approche classique consiste à utiliser un faisceau comme champ incident pour éviter les effets de bords. Cette approche ne permet pas l'étude des angles d'incidence rasants, alors même que la validité de nombreuses théories approchées y est extrêmement spéculative. Notre maîtrise du formalisme intégral de frontière et des techniques numériques associées nous a permis (chapitre 1 et annexe A.1) de contourner cette limitation. Les premières simulations ainsi publiées, et accompagnées de résultats théoriques, sont autant de repères dans ce nébuleux domaine.
- Dans la communauté de la télédétection océanique, calcul de surface efficace radar et modèle à deux échelles sont quasiment synonymes. Malgré les élégantes théories d'ordre supérieur publiées, ce modèle ad hoc reste indétrônable. Notre GOSSA (chapitre 2 et annexe A.2) est une simple amélioration de ce modèle ; il connaît pourtant une diffusion remarquable, en France et même outre-Atlantique.
- Le calcul du spectre Doppler océanique avec un modèle électromagnétique rigou-

reux et un modèle hydrodynamique non-linéaire sur des surfaces bidimensionnelles (chapitre 3 et annexe A.3) est un exploit que nous avons publié en 2006 et qui reste aujourd'hui inégalé.

- Les profilomètres optiques pour la mesure de rugosité sont batis sur des modèles d'interaction onde-surface élémentaires. Nous avons fait la preuve (chapitre 4 et annexe A.4) que des mesures expérimentales peuvent être inversées avec une résolution latérale très inférieure au critère d'Abbe-Rayleigh. Pour prendre en compte les interactions multiples, un modèle électromagnétique rigoureux est requis. L'inversion est alors itérative.
- Il est tout à fait contre-intuitif qu'une lumière totalement dépolarisée (naturelle) soit fortement repolarisée lors de sa diffusion par un milieu desordonné (chapitre 5 et annexe A.5). Ce résultat d'Optique statistique qui couvre une très large classe de milieux diffusants a été validé expérimentalement avec une troublante précision. Il donne un nouvel éclairage sur la polarisation et son lien avec la notion d'ordre et d'organisation.

Les conclusions et perspectives sont données à la fin de chaque chapitre, de sorte que le besoin d'une conclusion générale ne s'est pas fait ressentir.

Chapitre 1

La méthode des moments

1.1 Introduction

Depuis la seconde guerre mondiale et le projet Manhattan, la simulation numérique est un outil de recherche complémentaire à l'expérience pour la modélisation des phénomènes. Dans un cadre théorique fixé, la modélisation rigoureuse permet, en produisant des données de référence, de tester la validité de modèles empiriques ou approchés, c'est-à-dire fondés sur des hypothèses physiques simplificatrices. De telles données synthétiques présentent l'avantage par rapport aux données in situ d'être exemptes de bruit, car l'*environnement* y est parfaitement maîtrisé et reproductible.

Pour être efficace et pertinente, une méthode numérique doit être parfaitement adaptée aux phénomènes considérés. La méthode des moments est une des techniques les plus performantes pour la modélisation de la diffraction des ondes par des surfaces rugueuses. Celle que j'ai développé (§ 1.2) a véritablement constitué la colonne vertébrale de ma recherche. Dans le cadre de la télédétection des surfaces naturelles, elle permet de tester l'état de l'art et de faire progresser les connaissances sur ces surfaces.

L'usage d'un faisceau comme champ incident limite le domaine d'utilisation de la méthode des moments aux angles non rasants. Ce point technique est détaillé au § 1.3. Il est regrettable de ne pas pouvoir compter sur la modélisation rigoureuse aux angles

rasants, car la fiabilité des méthodes approchées de diffraction surfacique [Elfouhaily 04] y est particulièrement difficile à établir. En particulier aucune de ces méthodes ne peut se targuer d’être adaptée à ces angles. Quelques alternatives au faisceau apparaissent dans la littérature et sont discutées au § 1.3.

Je présente ensuite notre contribution, l’approche du plan localement déformé (§ 1.4). Plutôt que de considérer une rugosité infiniment étendue éclairée par un faisceau d’empreinte bornée, la surface n’y est rugueuse que sur une aire bornée, et le champ incident est une onde plane. Ce changement de paradigme, et une revisite du formalisme intégral de frontière, permet d’accéder numériquement aux angles les plus rasants. Notre premier article sur cette approche est placé en annexe A.1. Quelques détails et défauts de la méthode, qui a maintenant quelques années et sur laquelle nous avons acquis une certaine expérience, sont ensuite développés (§ 1.5). Enfin, l’avenir de ce thème de recherche est évoqué (§ 1.6).

1.2 La méthode des moments

La résolution numérique des équations de Maxwell pour les problèmes de diffraction électromagnétique en régime harmonique a été le cœur de l’activité de recherche du LOE [Petit 80]. Le thème des surfaces rugueuses y a été démarré par D. Maystre [Maystre 83a] en utilisant les équations du formalisme intégral de frontière. La résolution numérique de telles équations est couramment appelée méthode des moments (MoM). La littérature sur cette méthode étant très importante, je me contente de citer la référence qui est tenue pour fondatrice [Harrington 68], ainsi que les deux qui m’ont le plus guidé [Poggio 73, Wang 91]. Les surfaces étaient et sont longtemps restées unidimensionnelles, c’est-à-dire invariantes suivant une direction de translation [Van Bladel 07, Saillard 90]. Les systèmes linéaires associés à la discrétisation de ces équations intégrales étaient résolus directement [Lascaux 93], par décomposition LU.

Les premiers obstacles à la simulation numérique rigoureuse sur des surfaces bidimensionnelles sont la charge et le temps de calcul. Au cours des années 90, la puis-

sance et la rapidité des ordinateurs ainsi que le développement des méthodes numériques [Lascaux 94, Saad 03, Brezinski 06] ont permis les premières simulations de ce genre, avec la méthode des moments. Après quelques travaux pionniers [Tran 94], deux écoles ont rapidement émergées : celle de Leng Tsang à l'Université de Seattle avec la Sparse Matrix Flat Surface Iterative Approach (SMFSIA) [Tsang 01] et celle de Weng Cho Chew à l'Université de l'Illinois à Urbana-Champaign avec la Fast Multipole Method [Chew 01]. Ce genre de simulations demande aujourd'hui encore un investissement très lourd en termes de temps de développement et de moyens de calcul, et reste l'apanage de quelques équipes de recherche dans le monde.

D'autres approches numériques existent, telles que la FDTD ou la méthode des éléments finis (FEM). Comme on y maille un volume, elles se révèlent moins bien adaptées que la MoM, en particulier pour des surfaces bidimensionnelles de grandes dimensions. Elles n'ont finalement été que très marginalement utilisées pour la diffraction surfacique, au moins jusqu'à aujourd'hui. Je remarque aussi que les milieux aléatoires ont préférentiellement été étudiés à l'aide de méthodes fondées sur l'utilisation d'une fonction de Green : la MoM pour les surfaces rugueuses et la méthode des dipôles couplés pour la diffusion volumique.

J'ai implémenté la SMFSIA [Soriano 01] au cours de ma thèse [Soriano 00]. Cette méthode repose notamment sur le phénomène physique de faible couplage découvert par D. Maystre [Maystre 83a], ce qui explique qu'elle ait eu notre préférence. J'ai ensuite amélioré cette MoM du point de vue de son efficacité numérique avec la technique du Multilevel Canonical Grid [Li 01]. Ces développements, purement numériques et sans réelle incidence sur la physique du modèle, sont détaillés dans [Soriano 03] et ne seront pas plus évoqués dans ce manuscrit.

1.3 Gestion des effets de bord

La surface rugueuse séparant deux demi-espaces, elle est d'extension infinie. Les ressources numériques étant au contraire limitées, on ne peut jamais travailler que sur une

partie d'aire finie de cette surface, ou d'une réalisation de cette surface dans le cas aléatoire : le domaine numérique. Ainsi, on se trouve très loin de la diffraction par un ou plusieurs objets, où le champ incident le plus simple et le plus naturel est une onde plane. Si une surface tronquée est éclairée par une onde plane sans plus de précautions, c'est dans le meilleur des cas le champ diffracté par une plaque rugueuse qui est calculé. La diffraction par les bords du domaine vient s'ajouter à la diffraction par la rugosité, polluant ainsi irréversiblement le diagramme de diffraction. Eviter ces effets de bord est un point central de ce type de modélisation.

C'est classiquement un faisceau, avec une empreinte bornée sur la surface, qui fait office de champ incident. Les composantes tangentielles du champ électromagnétique sur la surface, qui sont les inconnues de la formulation intégrale de frontière, ont alors et suivant le phénomène de faible couplage [Maystre 83a] un support plus large que le champ incident de seulement quelques longueurs d'onde. Ainsi les bords ne jouent aucun rôle indésirable. La technique du faisceau borné, en anglais *tapered wave*, a d'abord été développée pour les surfaces unidimensionnelles [Thorsos 88] avant d'être étendue aux surfaces bidimensionnelles et au cas vectoriel [Pak 95]. Elle est de loin la méthode la plus couramment employée, et la première que nous ayons adoptée [Soriano 01]. Elle présente deux défauts principaux.

Premièrement, la polarisation d'un faisceau électromagnétique n'est pas aussi pure que celle d'une onde plane [Braunisch 00]. Même si un faisceau présente un état de polarisation dominant, la décomposition en ondes planes de son champ électrique fait apparaître une composante non nulle en polarisation croisée. Cette composante vient polluer le calcul de la dépolarisation ou champ diffracté en polarisation croisée dans le plan d'incidence, qui se trouve alors très surestimée [Demir 12]. Ce biais diminue avec la largeur spectrale du faisceau, et donc comme l'inverse de la taille de la surface, ce qui est couteux numériquement. Les moyens actuels ne permettent pas de dépasser des surfaces éclairées de quelques centaines de milliers de longueurs d'onde électromagnétique carrées. Les faisceaux laser et les fauchées radar couvrent quant à eux des millions, voire des milliards, de ces longueurs d'onde carrées.

Le second point concerne l'incidence rasante. Les dimensions de l'empreinte du faisceau incident croissent rapidement lorsque l'angle central du faisceau devient rasant. Une étude numérique a montré que la longueur de la surface unidimensionnelle à considérer varie asymptotiquement comme l'inverse du carré de l'angle rasant [Toporkov 99]. Sur une surface bidimensionnelle, j'indique dans l'article [Soriano 06] que l'aire illuminée évolue comme l'inverse du cube de l'angle rasant. Les études de la diffraction aux incidences rasantes avec la technique du faisceau borné ont conséquemment été limitées aux surfaces unidimensionnelles [Johnson 98a].

Ainsi, force est de conclure que pour corriger ces deux défauts, le champ incident se doit d'être une onde plane. Pour borner le problème en vue d'une résolution numérique tout en évitant les effets de bords, plusieurs techniques ont été publiées. La thématique de la diffraction par des surfaces rugueuses est notamment issue de la modélisation des réseaux de diffraction [Maystre 83b]. Imposer des conditions de périodicité aux extrémités de la surface permet de mettre en œuvre des techniques spécifiques aux réseaux et très efficaces [Barrick 95, Chen 95]. Toutefois, la relation des réseaux s'applique et les angles d'incidence et diffractés ne sont plus choisis librement. Enfin, il est difficile d'estimer l'influence de cette condition sur le calcul du champ diffracté. D'autres approches sont répertoriées dans l'introduction de l'article [Spiga 08b].

1.4 L'approche du plan localement déformé

Avec M. Saillard et P. Spiga [Spiga 08a], et à partir des travaux précurseurs de D. Maystre, nous avons proposé une nouvelle approche, dite du plan localement déformé. La surface rugueuse est infinie, mais sa rugosité ne s'étend que sur une aire limitée, et elle coïncide avec le plan horizontal en dehors de cette aire.

On définit habituellement le champ diffracté dans le milieu incident comme le complémentaire du champ incident \mathbf{E}^i au champ total \mathbf{E} . Pour une onde plane incidente, ce champ diffracté est la somme de l'onde plane \mathbf{E}^r qui serait spéculairement réfléchi par le plan horizontal et d'une composante à structure d'onde sphérique en champ lointain.

Cette deuxième composante, qui est la contribution de la rugosité au champ diffracté, est appelée champ diffus \mathbf{E}^d . En choisissant les composantes tangentielles de ce champ diffus pour inconnues, on obtient un jeu d'équations intégrales modifiées.

Avant toute considération numérique, ces équations intégrales modifiées permettent d'établir très simplement le comportement du champ diffracté lointain lorsque l'onde plane incidente devient rasante. Le théorème de réciprocité permet directement d'en déduire le comportement du champ diffracté lointain lorsque l'angle de diffraction devient rasant. Nous avons ainsi généralisé au cas des ondes électromagnétiques les résultats établis pour les conditions de Dirichlet et Neumann dans [Tatarskii 98].

Pour une onde plane incidente d'angle rasant g_i et de polarisation α , le champ diffracté $E_{\beta\alpha}^d$ dans la direction repérée par l'angle rasant g_d et suivant la polarisation β à la distance R du centre de rugosité se comporte asymptotiquement quand $R \rightarrow \infty$, $g_i \rightarrow 0$ et $g_d \rightarrow 0$ comme :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r + \mathbf{E}^d \qquad E_{\beta\alpha}^d \sim \frac{g_i g_d}{R} \qquad (1.4.1)$$

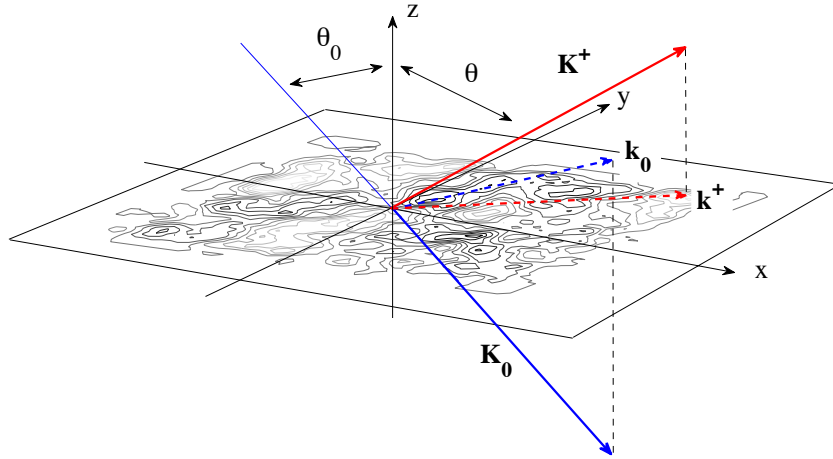


FIGURE 1.1 – Angles et vecteurs d'onde incident et diffracté.

Ce comportement universel du champ diffracté lointain aux angles rasants permet notamment de retrouver que pour la diffraction par n'importe quelle surface rugueuse

aléatoire, la surface efficace radar se comporte comme la quatrième puissance de l'angle monostatique rasant. Ce comportement était déjà prédit par l'approche perturbative à la limite basse-fréquence (SPM) [Valenzuela 67] et relevé sur les mesures radar sur la surface de la mer [Long 01].

La seule exception au comportement universel (1.4.1) concerne les surfaces impénétrables, où par exemple la conductivité est supposée infinie. Ici, nos équations intégrales indiquent que c'est la non commutativité de deux limites sur les coefficients de Fresnel qui explique ce manque. On note H le cas de polarisation fondamentale où le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence et V l'autre cas. Les coefficients de Fresnel, fonctions de l'angle rasant g et des permittivité ε et conductivité σ du milieu diffractant à la pulsation ω et d'expressions pour une dépendance temporelle de la forme $e^{-i\omega t}$

$$r_H = \frac{\sin g - \sqrt{\tilde{\varepsilon}_r - \cos^2 g}}{\sin g + \sqrt{\tilde{\varepsilon}_r - \cos^2 g}} \quad r_V = \frac{\tilde{\varepsilon}_r \sin g - \sqrt{\tilde{\varepsilon}_r - \cos^2 g}}{\tilde{\varepsilon}_r \sin g + \sqrt{\tilde{\varepsilon}_r - \cos^2 g}} \quad \tilde{\varepsilon}_r = \frac{\varepsilon + i\sigma/\omega}{\varepsilon_0} \quad (1.4.2)$$

tendent tous deux vers -1 à conductivité finie et à la limite de l'angle rasant $g \rightarrow 0$ mais affichent des limites $r \rightarrow \pm 1$ opposées en incidence oblique et à la limite de la conductivité infinie.

Parmi les quatre coefficients de la matrice de diffraction d'une surface impénétrable, seule la composante HH vérifie le comportement universel du champ diffracté. Pour les autres composantes d'une surface conductrice, nous préconisons de n'utiliser le modèle du métal parfait que pour des angles d'incidence et de diffraction inférieurs à l'angle de Brewster.

Enfin, et selon le formalisme intégral de frontière classique, le champ diffracté proche ou lointain s'obtient en faisant rayonner les courants équivalents que constituent les composantes tangentielles des champs sur la surface. Toutefois, cette formule de rayonnement classique ne permet pas de retrouver à partir de l'évaluation numérique des courants équivalents le comportement universel, même dans le cas d'une surface pénétrable. C'est pourquoi, en utilisant le théorème d'extinction [Poggio 73], nous avons proposé une formule de rayonnement modifiée, théoriquement équivalente à la formule classique, et qui assure de retrouver le comportement universel (1.4.1) dans un schéma numérique.

Les équations intégrales modifiées et la formule de rayonnement modifiée constituent un véritable formalisme intégral de frontière alternatif pour la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses. Les résultats sur le comportement universel (1.4.1) ainsi que les équations intégrales relatives au cas infiniment conducteur ont été publiés dans l'article [Spiga 08b]. Une version pour les surfaces unidimensionnelles pénétrables se trouve dans [Soriano 10]. Dans [Saillard 11], la théorie pour les surfaces bidimensionnelles pénétrables est détaillée.

1.5 Implémentation numérique

Ce formalisme intégral alternatif a servi de fondations à une méthode des moments, que nous notons GMoM afin de la distinguer de la méthode des moments classique MoM recourant à la technique du faisceau borné.

La GMoM nous a permis de préciser les performances de méthodes approchées de diffraction aux angles rasants, sur des surfaces bidimensionnelles infiniment conductrices en polarisation HH [Spiga 08b] et sur des surfaces unidimensionnelles diélectriques et conductrices [Soriano 10]. Nous poursuivons ainsi l'étude entreprise avec C.-A. Guérin dans l'article [Soriano 02a].

Avec D. Miret, en thèse sous la direction de M. Saillard et moi depuis janvier 2011, nous avons étendu la GMoM au cas des surfaces bidimensionnelles hautement réfléchissantes, comme les métaux en Optique ou la surface océaniques aux fréquences microondes. Pour cette classe de milieux, une approximation d'impédance [Senior 95] pour les surfaces courbes [Ong 94] se révèle numériquement beaucoup plus efficace que le traitement général d'une surface pénétrable proposé dans [Soriano 10]. Nous avons soumis en octobre 2012 un article comportant une équation intégrale pour cette condition aux limites sur la surface ; elle est l'adaptation au plan localement déformé de l'équation publiée lors de ma thèse dans [Soriano 01].

Il est ainsi prouvé numériquement que la GMoM est, à quelques exceptions notables près que nous expliciterons dans les deux prochains paragraphes, parfaitement adaptée à

la simulation et l'étude de la diffraction des ondes électromagnétiques aux angles incidents et/ou diffractés rasants.

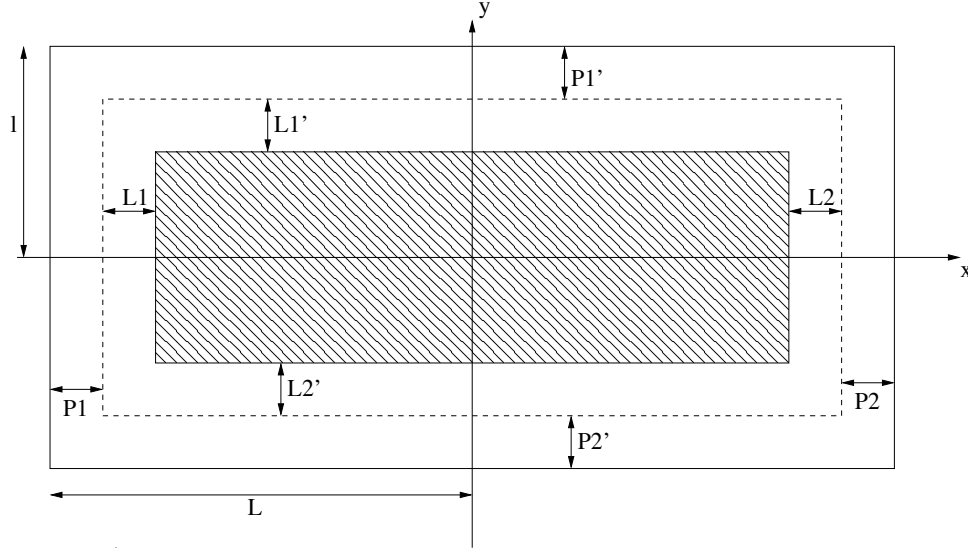


FIGURE 1.2 – Implémentation de plan localement déformé. La partie centrale du domaine numérique, hachurée, correspond à la rugosité non modifiée.

Quand un faisceau borné éclaire une surface rugueuse infinie, la quantité de puissance mise en jeu est très exactement définie. On peut alors définir une aire éclairée équivalente, et évaluer précisément la réflectivité différentielle d'une surface rugueuse aléatoire ou en normaliser la surface efficace radar (voir § 2.1). Pour le plan localement déformé excité par une onde plane, l'aire éclairée équivalente est imparfaitement définie. Pour assurer la régularité de la surface entre le plan horizontal et la rugosité, réalisation d'une surface rugueuse aléatoire, une zone de transition est ménagée (figure 1.2). Le niveau de diffusion varie légèrement suivant que tout ou partie de l'aire de cette zone de transition est comptée dans l'aire éclairée équivalente.

La seconde difficulté avec la GMoM apparaît aux faibles niveaux de diffusion sur la composante HH , et dans une moindre mesure sur le composante HV (H diffracté et V incident) du champ diffracté par une surface rugueuse qui comporte des échelles de dimensions horizontales très grandes devant la longueur d'onde électromagnétique. Une bonne précision est généralement atteinte par la GMoM avec une discrétisation de la

surface à seulement huit points par longueur d'onde électromagnétique, ce qui est une valeur couramment utilisée pour la méthode des moments. P. Spiga a constaté dans sa thèse ([Spiga 08a] figure 2.15 p. 65) que dès que la surface océanique considérée inclut des longueurs d'onde supérieures à vingt longueurs d'onde électromagnétique, même vingt points par longueurs d'onde se révèlent une discrétisation insuffisante. D. Miret montra plus tard que la composante VH , de niveau tout aussi faible que la composante HV , est pour sa part facilement et précisément évaluée par la même GMoM. Malgré tous nos efforts, cette seconde difficulté demeure.

1.6 Perspectives

La méthode des moments permet d'étudier un spectre très large de surfaces rugueuses, naturelles ou fabriquées. Avec l'approche du plan localement déformé, le problème de l'incidence rasante, une importante difficulté de la thématique, a été largement solutionnée. Cette méthode reste toute fois limitée sur deux points : la taille de la surface et sa pente quadratique moyenne.

La diffraction par des surfaces présentant de très fortes pentes est difficile à simuler avec la méthode des moments, pour deux raisons. Premièrement, ces surfaces nécessitent une discrétisation d'autant plus fine que la pente quadratique moyenne est grande, même si leur spectre de rugosité ne s'étend pas très en dessous de la longueur d'onde électromagnétique. Deuxièmement, pour les surfaces bidimensionnelles, le système linéaire associé aux équations intégrales est résolu itérativement. Le nombre d'itérations requises augmente rapidement avec la pente quadratique moyenne de la surface, et finit par diverger. Ce problème est traité plus en détail et mis en contexte au § 4.2 et dans la conclusion du chapitre 4.

Malgré le développement de techniques d'accélération très complexes et adaptées, l'aire des surfaces reste aujourd'hui limitée à quelques centaines de milliers de longueurs d'onde électromagnétiques carrées. Sur ce point, on peut citer comme directions de recherche la réduction du nombre d'inconnue par la relaxation du pas d'échantillonnage, et

le calcul massivement parallèle avec notamment le recours à des processeurs graphiques. Aujourd'hui, la marge de progression apparaît modérée.

Dans la méthode des moments telle qu'elle est traditionnellement formulée pour la diffraction surfacique [Tsang 01], les inconnues sur la surface sont supposés constants par morceaux, et les équations intégrales sont vérifiées sur un ensemble de points. Des schémas dits d'ordre supérieur permettent une discrétisation plus fine et réaliste, au prix d'un accroissement de la complexité de développement sensiblement du même ordre. La technique des éléments finis de frontière (BEM pour *Boundary Element Method*) [Rao 82, Chew 08] est très populaire, et a développé toute une littérature propre. La BEM est généralement utilisée dans sa version la plus simple, avec une représentation conforme de la surface par des triangles plans. Ainsi, elle est plus adaptée aux objets métalliques manufacturés et aux assemblages de plaques (voiture, avion. . .) qu'aux surfaces naturelles. Elle semble de plus difficilement conciliable avec l'approximation d'impédance [Silva 03].

Une autre méthode d'ordre supérieure, plus récente et à l'état de l'art, repose sur l'utilisation des polynômes de Legendre [Yang 11]. Toujours pour réduire le nombre d'inconnues, les petits détails de la surface rugueuse peuvent être modélisés par une condition aux limites modifiée, plutôt qu'un raffinement du pas de discrétisation [Tournier 12].

Le calcul parallèle doit permettre une réduction du temps de calcul. Ce facteur étant plus limitatif encore que les besoins en mémoire vive, tout gain de temps s'accompagne d'un accroissement de la taille des surfaces. Assez rapidement, l'accélération matérielle obtenue par l'usage de processeurs graphiques de type GPGPU et des bibliothèques associées a permis de diviser par 100 le temps de calcul de la méthode des moments sur des petits problèmes [Peng 08]. Toutefois, pour les surfaces étendues, le recours impérieux à des schémas plus complexes incluant méthodes itératives et transformations de Fourier rapide (FFT) fait tomber ce facteur à 10 [Peng 11].

Ce résultat semble être une limitation que la méthode des moments partage avec les méthodes à fonction de Green. Être difficilement parallélisable dans le contexte actuel où les processeurs sont de plus en plus multi-cœurs n'est pas sans conséquences. Des méthodes beaucoup moins naturellement adaptées à la diffraction surfacique, comme la

méthode des éléments finis (FEM) ou la FDTD, pourraient en effet s'avérer compétitives dans un avenir plus ou moins proche, du seul fait qu'elles sont mieux adaptées au calcul parallèle, c'est-à-dire parallélisables plus efficacement, mais aussi plus simplement.

Ces limitations n'empêchent pas la méthode des moments d'avoir un avenir dans une autre thématique d'importance : plusieurs surfaces rugueuses en empilement ou encore le couplage entre une surface rugueuse et un ou plusieurs objets placés au dessus [Johnson 02] ou sous [Zhang 98] la surface. Ce sujet, riche de nombreuses applications, est déjà étudié par plusieurs équipes dont certaines françaises. Ainsi la méthode PILE [Déchamps 06, Bourlier 08, Kubické 08] a été développée pour ces problèmes et appliquée sur des surfaces unidimensionnelles. Pour les surfaces bidimensionnelles, la diffusion surfacique est approchée par une méthode d'Optique physique [Kouali 12]. Des traitements perturbatifs ont aussi été publiés [Amra 87, Afifi 12]. Il n'est pas question pour moi de me mettre concurrence avec ces équipes, mais plutôt d'établir des collaborations et de valoriser ainsi mon expérience sur la modélisation rigoureuse et les surfaces bidimensionnelles.

Pour finir, la très élégante théorie de Stratton & Chu [Stratton 39] est bien évidemment la plus naturelle pour décrire la diffraction surfacique des ondes électromagnétiques. Toutefois, les équations intégrales associées contiennent des opérateurs intégraux à noyaux hyper-singuliers. Cette hyper-singularité est la source de nombreuses difficultés pour la résolution numérique des équations intégrales, et pourrait être une des causes de nos problèmes sur la surface de la mer avec les coefficients de diffusion HH et HV . Si une très abondante littérature est dévolue à la prise en charge de ces opérateurs, la théorie de Stratton & Chu est rarement remise en compte.

A ce titre, la méthode des potentiels [de Abajo 98, Fall 13], très utilisée en plasmonique, mérite d'être citée. Le système d'équations intégrales de frontière à résoudre n'y fait intervenir que les opérateurs simple couche et double couche. Ces deux opérateurs, issus de la théorie scalaire de Kirchhoff & Helmholtz, sont faiblement singuliers. Toutefois, la méthode des potentiels est avant tout une approche de type sources fictives, conçue pour des particules de la taille de la longueur d'onde électromagnétique ou plus petites, et dont

l'intérêt pour la diffraction par des surfaces étendues ne paraît pas aujourd'hui établi. L'équation de Helmholtz pourrait aussi constituer une alternative à la théorie de Stratton & Chu. Les fondements théoriques de son utilisation pour la diffraction des ondes électromagnétiques sont solidement posés dans [Colton 83], une des grandes références du domaine. Dans la littérature, seuls deux articles abordent le sujet [DeSanto 93, Liu 96] sans vraiment conclure. Alors que les équations intégrales classiques portent sur les composantes tangentielles et normales des champs \mathbf{E} et \mathbf{H} , l'équation de Helmholtz vectorielle compte aussi pour inconnues les dérivées normales vectorielles des champs $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial n}$ et $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial n}$. En retour, seuls les opérateurs de Kirchoff & Helmholtz interviennent. Notons que le caractère transverse du champ lointain, qui traduit la condition de divergence nulle, est suivant cette approche moins explicite. Les équations de Helmholtz vectorielles peuvent être discrétisées et résolues dans le cadre de la SMFSIA, avec un faisceau pour champ incident, ou suivant le modèle du plan localement déformé. Toutefois, la précision et l'efficacité numérique de cette approche restent à prouver *in silico*.

Chapitre 2

Surface efficace océanique microonde

2.1 Introduction

La télédétection électromagnétique est un moyen privilégié d'obtenir à grande échelle des informations sur l'environnement terrestre. Toutefois, l'interprétation des mesures radar requiert dans de nombreux cas une maîtrise non triviale de l'interaction onde-matière. Ainsi, la télédétection des milieux naturels – forêts, sols agricoles, neige et glace, déserts, océans – est devenu un important sujet de recherche en Sciences de l'Univers. L'océan mondial couvre 70% de la surface du globe, et son influence est majeure sur les conditions météorologiques dans nos pays et sur le climat à de nombreuses échelles d'espace et de temps. L'eau de mer, chargée en sel, étant très peu perméable aux ondes radar, la télédétection océanique se réduit à une mesure de la surface océanique, même si des informations sur la couche mélangée peuvent en être déduites.

Dans une mesure radiométrique active sur un objet donné, le rapport entre le module carré du champ électrique incident au niveau de l'objet et le module carré du champ diffracté au niveau du détecteur varie asymptotiquement comme l'inverse du carré de la distance objet-détecteur R . On définit ainsi la limite (2.1.1), proportionnelle à une aire et ubiquitement notée σ , comme la surface efficace radar (RCS de l'anglais *radar*

cross-section) de l'objet en question.

$$\sigma = \frac{4\pi}{|E_i|^2} \lim_{R \rightarrow \infty} R^2 |E_d|^2 \qquad \sigma^0 = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{\sigma}{A} \quad (2.1.1)$$

Lorsqu'une surface rugueuse est uniformément éclairée, et pourvu que sa rugosité puisse être considérée homogène, c'est-à-dire spatialement stationnaire, sa surface efficace est asymptotiquement proportionnelle à l'aire éclairée A . On définit ainsi la surface efficace normalisée σ^0 de cette surface rugueuse, sans dimension. Pour les surfaces naturelles, on cherche à caractériser statistiquement cette surface efficace. Sa valeur moyenne est directement reliée au deuxième moment du champ diffracté $\langle |E_d|^2 \rangle$.

L'écho de mer, autre désignation de la RCS océanique, est dans des conditions géométriques donnée sensible à l'état de mer et à la permittivité de l'eau en surface. Cette dernière grandeur complexe, fonction de la température et de la salinité de l'eau, est aisément accessible [Ellison 98]. Au contraire, la description de la surface océanique pour un état de mer déterminé est un sujet de recherche toujours actif, et qui se nourrit aussi bien de campagnes d'observation et de mesures que d'études fondamentales en hydrodynamique. Les mesures radar ne sont pas une retranscription fidèle de la rugosité océanique. Cet état de fait est appelé *biais électromagnétique* dans la communauté. Suivant la fréquence radar employée, certaines gammes de vagues vont contribuer de manière prépondérante à la RCS océanique, et suivant des mécanismes qui leur sont propres. Le but de la modélisation de la diffraction des ondes électromagnétiques par la surface océanique est finalement de réduire ce biais pour transformer la mesure radar en information sur la mer.

Lorsqu'on cherche à détecter un navire, ou tout autre cible sur ou au dessus de la surface marine, l'écho de mer n'est pas le signal d'intérêt, mais un parasite qui réduit le rapport signal à bruit. La statistique du fouillis de mer (en anglais *sea clutter*) doit impérativement être maîtrisée pour dimensionner les systèmes radar. C'est la connaissance de ce niveau *normal* qui permet la surveillance maritime automatisée, ou encore doit permettre la détection d'événements exceptionnels comme les vagues scélérates en pleine mer et les tsunamis qui peuvent ravager les côtes.

2.2 État de l'art

L'écho de mer a tout d'abord été modélisé à l'aide des théories asymptotiques haute- et basse-fréquence. Lorsque la longueur d'onde électromagnétique tend vers zéro, l'Optique géométrique (GO) [Cox 54, Barrick 68b] relie la surface efficace radar à la distribution des pentes de la surface [Barrick 68a]. A la limite basse-fréquence, et suivant la méthode perturbative (SPM) [Crombie 55, Valenzuela 67], c'est la diffusion résonante par la vague de Bragg (SPM1) qui domine.

En 1968, la surface océanique est représentée comme un ensemble de facettes rugueuses inclinées [Wright 68]. La diffusion par chaque facette est opérée par SPM1. Les contributions des facettes sont sommées de façon incohérente, suivant les lois de l'Optique géométrique. Le modèle à deux échelles (TSM) ou de la surface composite [Valenzuela 78] est né, et reste aujourd'hui encore indissociable de la modélisation du fouillis de mer. Le TSM a été l'objet de développements continus jusqu'à ce jour, notamment pour y inclure de nombreux effets hydrodynamiques [Romeiser 00, Kudryavtsev 03a, Kudryavtsev 03b], et a été appliqué aux calculs d'émission [Yueh 97].

Le TSM repose sur le choix d'une fréquence de coupure, qui permet de séparer suivant leur fréquence les vagues de Bragg des vagues de *tilt*. Ce paramètre a un impact direct sur la sortie du modèle. Or la mer de vent présente un continuum de vagues dont les longueur d'onde vont des capillaires millimétriques aux vagues de gravité décamétriques, et aucune information physique ne vient a priori préciser la position de cette fréquence de coupure. Chaque auteur propose sa valeur [Bahar 83, Johnson 98b, Voronovich 01], souvent établie par comparaison à des données expérimentales, et qui varie en fonction de la bande de fréquence, de la plage angulaire, de l'état de mer... Le recours à un paramètre arbitraire dans un modèle de diffusion surfacique est pour nous un défaut important. Au contraire, pour les hommes de l'art, il permet de faire du TSM un modèle qui n'est jamais faux, puisqu'il suffit de régler la fréquence de coupure pour retrouver n'importe quel résultat expérimental. Le TSM est ainsi et paradoxalement difficile à remettre en cause. Avec C.-A. Guérin, nous avons fait une contribution (§ 2.4) pour rendre le TSM insensible à la

fréquence de coupure et ainsi restaurer sa capacité de prédiction, apanage d'une théorie.

Dans un contexte plus général, de très nombreuses théories approchées pour la diffusion surfacique ont été développées, surtout depuis les années 80. La tendance générale est de chercher à combler le fossé qui sépare les deux théories asymptotiques, SPM et GO. Ces méthodes sont dites unifiées ; une revue très complète peut en être trouvée dans [Elfouhaily 04]. Ces théories sont fondées sur une ou plusieurs approximations physiques simplificatrices. Pour les plus simples, elles relient directement le champ diffracté ou une grandeur électromagnétique d'intérêt à une caractéristique de la rugosité de surface. Elles donnent donc de précieuses informations sur les mécanismes de la diffusion surfacique, et se prêtent plus facilement aux applications et au problème inverse, où l'on cherche à caractériser l'état de surface à partir de la mesure du champ diffracté. Au contraire, certaines de ces théories approchées sont très complexes et difficiles à mettre en œuvre dans le cas de la diffraction tridimensionnelles des ondes électromagnétiques, comme l'Operator Expansion Method [Milder 96]. D'autres sont profondément teintées d'empirisme et ont été déclinées en plusieurs versions et adaptées au contexte applicatif. Je pense notamment à l'improprement nommée Integral Equation Method [Reul 05].

Toutes ces méthodes présentent un travers commun : elles sont approchées. Les hypothèses sur la géométrie et la rugosité qui fondent une méthode - petite hauteur, petite pente, grand rayon de courbure, etc - ne permettent que de suggérer un domaine de validité, aux contours imprécis. Et le développement de la méthode ne fournit pas d'estimation fiable de l'erreur liée à l'approximation. Ici apparaît une des fonctions les plus fécondes d'un modèle rigoureux en général et de la méthode des moments (MoM) dans le cas particulier de la diffraction surfacique : produire des données de référence pour tester la validité de modèles approchés ou ad hoc employés pour diverses applications, en Optique ou en microonde. L'intérêt de la simulation numérique par rapport aux données in situ est la parfaite maîtrise des conditions expérimentales, ce qui est particulièrement avantageux en télédétection océanique. Elle permet de simplifier le problème pour se concentrer sur certains aspects choisis de la diffusion onde-surface.

Avec C.-A. Guérin, et en utilisant la MoM comme un tuteur, nous avons ainsi mené de 2002 à aujourd'hui une activité d'étude, de validation et de développement de méthodes approchées de diffraction surfacique. Cette activité porte essentiellement, mais pas exclusivement, sur la surface océanique, sur laquelle nous avons accru nos connaissances au fil des années. Nous avons commencé par établir les domaines de validité de méthodes classiques comme l'approximation de Kirchhoff [Beckmann 63] ou prometteuses comme l'approximation des faibles pentes (SSA pour *small slope approximation*) [Voronovich 94] (§ 2.3). Forts de cette expérience, nous avons ensuite proposé une amélioration au modèle à deux échelles (§ 2.4) et contribuer au développement d'un nouveau modèle unifié du premier ordre (§ 2.5) appelé WCA. Ce modèle a déjà connu deux versions et une spécialisation à la surface océanique.

Les méthodes de diffraction surfaciques restent pour l'instant affaire de spécialistes, et ne semblent enseignées dans aucune formation pré-doctorale en France. Nous saluons la récente parution d'un livre dédié à ces méthodes [Pinel 13], issu de la communauté française, et qui facilitera l'accès à cette thématique.

2.3 Méthodes du premier ordre

Avec M. Saillard et C.-A. Guérin, nous avons commencé [Soriano 02a] par une étude détaillée du domaine de validité de l'approximation de Kirchhoff (KA) et de la SSA au premier ordre (SSA1) sur des surfaces à spectre gaussien. L'incidence est modérée (20°). Le domaine de validité est obtenu par confrontation avec la MoM : des diagrammes bistatiques dans le plan d'incidence sont comparés, et la conservation de l'énergie est testée. Une première surface océanique est aussi étudiée ; un spectre en loi de puissance est utilisé. Les deux cas de polarisation sont considérés ; les méthodes du premier ordre ne modélisant que la diffusion simple, elles ne prédisent aucune dépolarisation dans le plan d'incidence.

Aujourd'hui, il n'existe malheureusement pas de formulation statistique qui permette de calculer rigoureusement et directement les moments du champ diffracté en fonction

de la statistique de la rugosité de surface. On a donc recours pour les calculs de RCS à la MoM et à une méthode de Monte Carlo incluant la génération numérique d'un ensemble de réalisations de la surface rugueuse aléatoire [Saillard 01]. Ces réalisations étant d'aire finie, elles sont éclairées par un faisceau collimaté d'empreinte gaussienne sur la surface pour éviter les effets de bord (voir § 1.3). Les moments sont estimés à partir des champs diffractés par ces réalisations. Au contraire, les méthodes approchées ont souvent l'avantage de présenter une formulation statistique. La surface est supposée spatialement stationnaire, et donc nécessairement infinie ; le champ incident est une onde plane.

Pour les besoins de comparaison, KA et SSA1 ont été calculés pour un faisceau somme d'onde plane. L'impact de la largeur du faisceau sur la RCS est ainsi évaluée, et ne constitue pas un biais dans l'analyse des méthodes approchées.

La représentation de la surface océanique par un spectre en loi de puissance peut aujourd'hui paraître naïve ; il n'en reste pas moins qu'un tel spectre présente le caractère multi-échelle de la surface océanique, tout en restant indépendant de la bande de fréquence. Il permet donc de statuer en première instance sur la capacité d'une approximation à modéliser ce genre de surface. Ainsi, il ressort de cette étude que SSA1 est très bien adaptée à la diffusion océanique pour chacune des composantes co-polarisées et à angles modérés, alors que KA et SPM1 présentent des anomalies pour cette surface.

Cette conclusion sur SSA1 doit toutefois être tempérée car elle ne concerne que la partie haute-fréquence du spectre océanique. En effet la longueur d'onde de pic λ_{pic} d'une mer de vent pleinement développée ($\Omega = 0,84$) [Pierson Jr 64], qui indique (l'ordre de grandeur de) la vague de plus grande longueur d'onde, est en microondes beaucoup plus grande que la longueur d'onde radar λ_{em} .

$$\frac{\lambda_{pic}}{\lambda_{em}} = \frac{2\pi}{gcf} \left(\frac{U_{10}}{\Omega} \right)^2 \simeq 3f_{GHz} U_{10}^2 \qquad 2N \simeq 3000 f_{GHz}^2 U_{10}^4 \quad (2.3.1)$$

g est la gravité et c la vitesse de la lumière dans le vide. Or le calcul rigoureux [Saillard 01] requiert notamment que l'empreinte du faisceau soit (beaucoup) plus grande que cette longueur d'onde de pic. Sachant qu'il faut environ discrétiser la surface à 8 points par longueur d'onde radar pour un calcul de diffraction correct, le nombre N de points sur

la surface bidimensionnel croit très rapidement (eq. 2.3.1) avec la fréquence électromagnétique (f_{GHz} la fréquence en gigahertz) et la vitesse du vent (U_{10} la vitesse du vent en mètres par secondes mesurée à 10 m de hauteur). Comme le nombre d'inconnues pour la MoM sur la mer vaut $2N$, on comprend pourquoi le calcul rigoureux complet est limité aux bandes microondes de plus basse fréquence (bande L essentiellement, C à la rigueur) et aux vents les plus faibles (3 ou 4 m/s, exceptionnellement 7 m/s). Alternativement, une coupure basse-fréquence est opérée, et seule la partie haute-fréquence du spectre océanique est considérée. Dans l'article [Soriano 02a] par exemple, la coupure est placée à $30 \lambda_{em}$, ce qui correspond en bande L à un vent d'environ 3 m/s.

Malgré son nom, SSA1 n'est pas uniquement limitée par la pente de la surface, mais aussi par sa hauteur.

$$h \simeq \frac{5,12 \text{ cm}}{g} \left(\frac{U_{10}}{\Omega} \right)^2 \simeq 7,4 U_{10}^2 \text{ mm} \quad (2.3.2)$$

Aussi ne s'attend-on pas à ce que SSA1 puisse être appliquée avec succès sur un spectre océanique complet pour une fréquence microonde et une vitesse de vent arbitraires. Ceci est à mettre en relation avec le fait que SSA1 n'est pas une méthode unifiée, mais plutôt une extension de SPM1. Elle coïncide en effet avec SPM1 à la limite des petites hauteurs mais pas avec GO à haute fréquence. Pour atteindre cet état, il convient de lui adjoindre un second ordre (SSA2) [Voronovich 01]. Ce second terme de diffusion multiple est difficile à calculer et alourdit notablement la formulation statistique de SSA. Nous préférons nous cantonner pour les méthodes approchées à la diffusion simple, pour en explorer les limites. Peut-on exhiber une méthode de diffusion simple qui soit unifiée?

La RCS prédite par les méthodes SPM1, GO, KA et SSA1 se met sous la forme du produit d'une matrice de polarisation, fonction de la géométrie et de la permittivité de la surface mais indépendante de la rugosité, et d'un terme scalaire, fonction de la géométrie et de la rugosité, mais indépendant de la polarisation. En conséquence, pour toutes ses méthodes, le rapport de polarisation, rapport des deux RCS co-polarisées, est indépendant de la rugosité, et donc de la vitesse du vent sur la surface océanique. Ceci est tout à fait contraire à l'expérience. Une méthode de diffusion simple permet-elle de rendre compte des rapports de polarisation océaniques?

2.4 Modèle à deux échelles

La mer est un casse-tête pour la modélisation, car elle présente une nature fractale, avec un continuum de vagues depuis les capillaires jusqu'aux vagues de gravité. Malgré ce continuum, le modèle de RCS de référence est le modèle à deux échelles (TSM) [Valenzuela 78] qui repose sur une fréquence de coupure arbitrairement choisie. Ce modèle combine les deux théories asymptotiques GO et SPM1:

$$\text{TSM} = \text{GO} + \text{SPM1} * \text{pentes} \quad (2.4.1)$$

En terme de RCS, le TSM est la somme de GO appliqué sur la partie basse-fréquence du spectre océanique et de la moyenne sur les pentes basse-fréquence de SPM1 appliquée pour des facettes inclinées sur le spectre océanique haute-fréquence.

Dés 2002, j'ai eu l'idée [Soriano 02b] de substituer SSA1 à SPM1 dans le TSM pour former un modèle à deux échelles amélioré appelé GOSSA. A partir des résultats publiés dans [Soriano 02a], il paraissait plausible que les deux méthodes SSA1 et GO aient des domaines de validité se recouvrant sur le spectre océanique, pour les échelles de rugosité autour de la dizaine de longueurs d'ondes radar. Sur cette zone, le modèle dépendrait faiblement de l'échelle de coupure. Entre 2003 et 2005, j'ai testé le TSM classique avec la MoM dans le cadre d'un programme de l'agence spatiale européenne (ESA/ESTEC) [Reul 05]. J'ai ainsi profité de l'expérience de N. Reul de l'IFREMER Brest sur ce sujet. En 2005, j'ai aussi co-encadré avec M. Saillard le stage de DEA de F. Auzas sur GOSSA. C'est seulement ensuite, et grâce à C.-A. Guérin que le GOSSA dans sa version définitive est publié [Soriano 08]. Ces travaux nous ont valu deux contrats avec CRIL Technology Rennes et le DGA CELAR, en 2006 et 2008.

Le GOSSA prédit la RCS océanique suivant l'équation symbolique :

$$\text{GOSSA} = \text{GO} \times e^{-Q^2 h_{HF}^2} \left[1 - e^{-Q_z^2 h_{BF}^2} \right] + \text{SSA1} * \text{pentes} \quad (2.4.2)$$

\mathbf{Q} désigne le vecteur d'Ewald, différence entre les vecteurs d'onde diffracté et incident, de norme Q et de composante verticale Q_z . h_{BF} et h_{HF} sont les hauteurs quadratiques

moyennes des parties basse- et haute-fréquence du spectre océanique. Le GO et la distribution des pentes basse-fréquence ne disparaissent pas mais tendent vers une distribution de Dirac lorsque les vagues de tilt disparaissent $h_{BF} \rightarrow 0$, que le vent soit réduit ou l'échelle de coupure déplacée. Le facteur $1 - e^{-Q_z^2 h_{BF}^2}$ sur GO assure que GOSSA coïncide avec SPM1 dans ce cas. La limite haute-fréquence est retrouvée en l'absence de vagues de Bragg $h_{HF} \rightarrow 0$ et pour les grands paramètres de Rayleigh $Q_z h_{BF} \gg 1$. Le facteur d'atténuation $e^{-Q^2 h_{HF}^2}$, d'usage classique, et la substitution SPM1 \rightarrow SSA1 rendent les RCS co-polarisées quasiment insensibles à la valeur de l'échelle de coupure au voisinage de $10 \lambda_{em}$. GOSSA prédit comme le TSM classique des RCS en polarisations croisées non nulles, mais sans doute sous-estimées, et assurément très sensibles à la valeur de la coupure.

L'expression de SPM1 pour une facette inclinée en configuration de rétrodiffusion est donnée en fonction des angles de tilt dans [Valenzuela 68] et corrigée dans [Elfouhaily 99b]. Pour étendre le modèle aux configurations bistatiques et sortir du plan d'incidence, l'utilisation du formalisme dyadique [Elfouhaily 04] permet d'éviter le recours à de complexes matrices de rotation.

Pour être utilisé en bande L, C, X et Ku (entre 1 et 18 GHz), GOSSA a été appliqué sur le spectre océanique dit unifié [Elfouhaily 97]. Ce spectre modélise les vagues de gravité et de capillarité-gravité. Sa fonction d'étalement permet d'obtenir une RCS qui dépend de la direction du vent, même si vent de face (*upwind*) et vent arrière (*downwind*) sont indifférenciés. Pour les fréquences supérieures, seul le spectre publié dans [Kudryavtsev 03a] intègre aujourd'hui les vagues de capillarité. Il a été testé avec GOSSA jusqu'à 95 GHz.

Au cours de sa thèse [Spiga 08a], P. Spiga a confronté GOSSA aux données de Nathanson [Nathanson 99] en bandes L et X et pour des états de mer entre 1 et 6 sur l'échelle de Douglas (soit jusqu'à des vitesses de vent de 15 m/s). Ces données de RCS rétrodiffusée aux angles rasants datent des années 60, mais elles font pourtant toujours référence. Il ressort de ce travail que GOSSA permet de retrouver le comportement angulaire de la RCS océanique en polarisation V (champ électrique parallèle au plan d'incidence) jusqu'à 89° . Les niveaux se situent dans la marge d'erreur (jusqu'à 5 dB et même 8 dB) des

données en bande X, et à part aux faibles vents en bande L.

Pour le cas de la polarisation H (champ électrique perpendiculaire au plan d'incidence), il faut adjoindre à GOSSA un terme de déferlement pour se rapprocher des données jusqu'à 80° ou même 87° . GOSSA ne prend pas en compte les effets hydrodynamiques qui conduisent au déferlement, ni la variation du taux d'humidité de l'atmosphère avec l'altitude, qui est connu pour influencer sur la RCS aux angles rasants. Le modèle de Kudryavtsev [Kudryavtsev 03a, Kudryavtsev 03b] a été suivi pour ce terme de déferment, qui permet de retrouver qualitativement le rapport de polarisation océanique pour les différents états de mer étudiés en bande L, et à part sur les trois degrés les plus rasants en bande X.

Il est remarquable qu'un modèle aussi simple que GOSSA puisse être utilisé à des angles aussi rasants. En ce qui concerne les derniers degrés, le comportement en θ^4 de la surface efficace rétrodiffusée océanique en fonction de l'angle rasant $\theta = 90^\circ - i$ est bien connu des radaristes [Long 01]. Ce comportement est partagé par SMP1, mais perdu par les modèles à deux échelles lors de la moyenne sur les pentes basse-fréquence. Ainsi GOSSA, comme le terme de déferlement de Kudryavtsev, tend vers une constante à la limite des angles rasants $\theta \rightarrow 0$.

Dans les modèles à deux échelles, certaines facettes inclinées sont aux angles rasants éclairées sous une incidence locale supérieure à 90° . Ces facettes ne sont pas comptabilisées dans la RCS de la surface : on parle d'ombrage local. Au contraire, l'ombrage est dit non local lorsqu'une région de la surface est dans l'ombre géométrique d'une autre région. Des fonctions d'ombrages sont développées pour modéliser cet ombrage non local [Smith 67, Bourlier 02]. Leur comportement en rasant, proportionnel à θ , ne suffit pas pour retrouver une loi en θ^4 .

2.5 WCA

Solution d'une équation, la WCA est avant tout fondée sur des considérations théoriques [Elfouhaily 03]. WCA est l'abréviation de *weighted curvature approximation*, ap-

proximation de la courbure pondérée en français, mais ce nom est peu évocateur, et nous nous en tiendrons au sigle WCA. La WCA fait partie d'une famille de méthodes de diffusion surfacique dont elle est l'approximation de plus bas ordre, correspondant à la diffusion simple (c'est un modèle local). Elle n'en est pas moins une méthode unifiée, et présente les propriétés recherchées de réciprocité et d'invariance [Elfouhaily 04].

WCA et compagnie sont inspirées de la LWA [Dashen 91], mais cette dernière est limitée aux surfaces impénétrables. Pour se démarquer, le fondateur de WCA T. Elfouhaily, qui travaille déjà avec C.-A. Guérin, cherche à prouver les capacités de sa méthode sur des surfaces diélectriques. Nous comparons alors WCA à la MoM [Guérin 04]. Après la mort de T. Elfouhaily le 26 juillet 2006, C.-A. Guérin et moi continuons à développer et appliquer WCA.

WCA a connu plusieurs versions. L'originale [Elfouhaily 03] présente des problèmes d'implémentation aux grands angles, et sa formulation statistique est restreinte aux surfaces unidimensionnelles [Bourlier 05] ou aux rugosités isotropes [Guérin 04]. Vient ensuite la version *simple* de WCA [Guérin 10], qui compte deux expressions équivalentes. La WCA simple peut être vu comme un KA corrigé, avec un terme correctif homogène à la courbure locale de la surface ou comme un SPM1 corrigé, avec un terme correctif comparable au carré de la pente de la surface. Enfin, les formulations statistiques des deux expressions de cette WCA simple coïncident pour le cas particulier de la surface océanique en une formulation très simple, dite universelle. Cette formulation universelle, très proche des formulations statistiques de KA et SSA1 [Soriano 02a] se révèle par comparaison avec la MoM extrêmement précise [Guérin 10]. Cette WCA montre donc des performances comparables à celles de GOSSA, mais n'est pas limitée au calcul de RCS et peut être utilisée pour des calculs interférométriques ou de spectre Doppler (chapitre 3).

Le succès de WCA implique que malgré le caractère multi-échelles de la mer, la diffusion surfacique y est dominée par la diffusion simple, aux angles non rasants (disons, jusqu'à 80°) tout au moins. C'est justement la présence de vagues intermédiaires qui font écran aux réflexions multiples sur les faces des grandes vagues qui peuvent expliquer ce

phénomène. La faiblesse des pentes océaniques est aussi en cause.

2.6 Perspectives

Aujourd'hui, nous disposons de modèles fiables pour la RCS co-polarisée de la surface océanique aux angles non rasants. Ces théories ont été validés par comparaison avec la MoM sur des spectres océaniques directionnels. Les simulations réalisées reposent toutes sur l'hypothèse que la surface océanique est un processus stationnaire gaussien, MoM pour la génération des réalisations de surface, et la SSA1 de GOSSA et WCA pour leur formulation statistique. En conséquence directe, la RCS prédite est π -périodique en azimuth et ne fait pas de différence entre les directions vent de face et vent arrière. Pour retrouver cette caractéristique essentielle, il faut prendre en compte le caractère stationnaire non gaussien de la mer.

Si générer des réalisations non gaussiennes de surface océanique est un sujet en soi (voir chapitre 3), ce caractère peut être pris en compte plus aisément dans une formulation statistique [Bourlier 04]. Parmi les fonctions de la surface,

$$S_n(\mathbf{r}) = \langle (\eta(\mathbf{r} + \mathbf{u}) - \eta(\mathbf{u}))^n \rangle \quad (2.6.1)$$

en notant $z = \eta(\mathbf{r}) = \eta(x, y)$ l'équation vérifiée par sa hauteur, la seule fonction de structure $S_2(\mathbf{r})$ peut être directement tirée d'un spectre océanique. C'est d'ailleurs la seule qui intervient dans une formulation statistique gaussienne. Les fonctions d'asymétrie (*skewness*) $S_3(\mathbf{r})$ et d'aplatissement (*kurtosis*) $S_4(\mathbf{r})$ sont de mieux en mieux connues pour la mer [Bringer 12b, Bringer 12a]. C'est en les intégrant à nos modèles statistiques de RCS qu'on les rendra plus réalistes.

Le second point concerne la dépolarisation, ou présence de RCS en polarisation croisée dans le plan d'incidence. Comme les données se multiplient [Wang 12], cette dépolarisation est de plus en plus modélisée, à l'aide de théories du second ordre par exemple [Voronovich 11].

Notre modèle GOSSA, publié en 2008, a été rapidement repris outre-Atlantique [Majurec 09]. Dans un article en préparation [Majurec 13], il est même comparé à des données acquises lors de tempête, où la vitesse du vent atteint 45m/s. La version de GOSSA développée pour la DGA CELAR est toujours active, puisqu'elle est en cours d'intégration pour la DGA/MI et dans le cadre du PEA MOFREM dans un modèle plus global. On peut s'étonner de cet engouement pour GOSSA, nettement plus diffusé que SSA ou WCA, qui restent attachés à la communauté des spécialistes de la modélisation de la diffusion surfacique. Ceci peut être expliqué par l'identification qui s'est développée au fil des années entre surface efficace océanique et modèle à deux échelles.

Des améliorations au modèle à deux échelles *classique* sont régulièrement publiées depuis 2008. Une troisième échelle, intermédiaire, est souvent ajoutée [Luo 13]. La contribution de l'écume à la RCS a été prise en compte à l'aide d'une théorie de transfert radiatif dans [Wu 09]. Dans [Zhang 11], les grandes échelles sont intégrées de manière cohérente, ce qui permet notamment l'analyse Doppler. On remarque que l'effort de recherche sur ce thème semble s'être concentré en République populaire de Chine ces dernières années.

La surface océanique aux fréquences microondes ne peut être directement traitée avec l'ensemble de ses fréquences spatiales par la MoM que pour les bandes microondes de plus basses fréquences et pour les vents très faibles, car l'aire des réalisations de surface océanique est limitée par les moyens numériques : mémoire vive et surtout temps de calcul. Les interactions à très grande distance - au delà de quelques dizaines de longueur d'onde radar - étant très faibles, la technique de décomposition de faisceau [Soriano 01] peut être utilisée. Par contre, l'utilisation d'un faisceau collimaté restreint l'incidence aux angles non rasants et dégrade le calcul de la dépolarisation (voir § 1.3). L'approche du plan localement déformé (voir § 1.4) et son implémentation dans la GMoM permettent de contourner ces deux problèmes, mais la limitation en taille de surface demeure d'autant plus critique que la technique de décomposition de faisceau ne peut naturellement plus être utilisée.

Nous sommes en situation de proposer un modèle à deux échelles où les fréquences spatiales hautes et résonantes seraient modéliser rigoureusement, avec la MoM. Les grandes

vagues seraient tout d'abord prises en compte de manière incohérente, pour former une GOMoM ou une GOGMoM. Un tel modèle serait nécessairement limité en angle, mais plus en fréquence ni en vitesse de vent. Son comportement lorsque la fréquence de coupure varie nous renseignerait sur les mécanismes de la dépolarisation.

Chapitre 3

Spectre Doppler océanique microonde

3.1 Introduction

Une onde électromagnétique réfléchie par un objet en mouvement voit sa fréquence décalée par effet Doppler. Le spectre Doppler, répartition spectrale de la surface efficace (RCS) océanique en rétrodiffusion, intègre les décalages fréquentiels induits par l'ensemble des vagues de la surface. Les radars mesurent ce spectre Doppler depuis la seconde guerre mondiale.

Aux fréquences MF, HF et même VHF dans certaines conditions, les caractéristiques principales du spectre Doppler sont décrites analytiquement dans le cadre d'une solution perturbative des équations de diffusion électromagnétique et hydrodynamiques. Ces théories très riches ont permis l'interprétation des spectres Doppler pour la cartographie des courants marins. Je les ai étudiées en 2004 avec S. Michel durant son stage de DEA que j'ai co-encadré avec M. Saillard (§ 3.2).

Aux fréquences microondes toutefois, la rugosité de la surface océanique devient importante comparée à la longueur d'onde radio, et on s'attend donc à ce que l'approche perturbative et en particulier la théorie de Bragg n'explique pas complètement le spectre

Doppler. Des mesures expérimentales relevées à l'aide de radars Doppler montés sur des navires ou placés sur des falaises en bord de côte font fréquemment état de l'apparition de *diffuseurs rapides*, aux décalages Doppler très supérieurs à ceux de Bragg. Ce phénomène est principalement attaché aux angles rasants et à la polarisation horizontale (le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence). Pour comprendre les mécanismes de ces diffuseurs rapides, des simulations numériques les plus rigoureuses possibles ont été développées autour de l'an 2000. Elles étaient systématiquement réalisées sur des surfaces unidimensionnelles, à cause de la charge de calcul. Aux § 3.3 et § 3.4, je présente notre modèle [Soriano 06] (article en annexe A.3) pour des surfaces bidimensionnelles, développé avec M. Saillard, M. Joelson et P. Forget. Il a permis les premières comparaisons expérience-théorie du domaine [Saillard 05] en 2006.

Ces travaux ont été poursuivis avec C.-A Guérin et F. Nouguier sur des surfaces unidimensionnelles avec le développement d'un nouveau modèle de surface océanique faiblement non-linéaire, et son intégration dans les modèles analytiques et numériques de diffusion surfacique (§ 3.5).

3.2 Théorie perturbative

L'analyse perturbative du spectre Doppler est commencée en 1955 [Crombie 55], et complétée dans les années 70 [Weber 77, Barrick 77]. La théorie de Bragg, qui correspond au premier ordre du développement perturbatif à la limite basse-fréquence (SPM1), prédit qu'en rétrodiffusion, seule les deux vagues dont les vecteur d'onde \mathbf{k} sont dans le plan d'incidence et vérifient la relation de Bragg [Barrick 72] :

$$|\mathbf{k}| = k_B = 2k_{em} \cos \theta \quad f_B = \sqrt{\frac{g}{\pi c}} f \cos \theta \simeq 3.22 \sqrt{f_{GHz} \cos \theta} \quad (3.2.1)$$

contribuent à la RCS pour l'angle rasant $\theta = \pi/2 - i$. La relation de dispersion des vagues de gravité $\omega = \sqrt{gk}$ permet d'obtenir les décalages Doppler $\pm f_B$ des deux pics de Bragg, indépendants de l'état de mer. En présence d'un courant, les deux pics subissent un décalage supplémentaire dans le même sens. L'amplitude relative des deux pics varie avec la direction du vent.

Le deuxième ordre est plus complexe, puisqu'il fait intervenir tous les couples de vagues de vecteurs d'onde \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 qui vérifient la condition vectorielle

$$\pm \mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_B \quad (3.2.2)$$

où \mathbf{k}_B est le vecteur de longueur k_B pointant le radar. La contribution de chaque couple de vagues, proportionnelle au produit de leurs amplitudes carrées, est pondérée par un coefficient de couplage. Ce couplage se compose d'un terme hydrodynamique et d'un terme électromagnétique.

Lorsqu'on considère la relation de dispersion $\omega = \sqrt{gk}$, cela sous-entend que la surface est une superposition de vagues indépendantes, *libres* puisque se déplaçant chacune avec une vitesse ω/k . Au second ordre, ces vagues libres interagissent deux par deux pour former des vagues *liées*, qui contribuent au spectre Doppler à travers le terme de couplage hydrodynamique. Le terme électromagnétique représente quant à lui un mécanisme de diffusion double de l'onde radar sur la surface libre.

Le calcul complet du spectre Doppler au second ordre avec la recherche des couples $(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ vérifiant (3.2.2) est un exercice délicat, et nous avons pour ce faire suivi pas à pas la méthode décrite dans [Lipa 86]. Il fait apparaître un jeu de pics secondaires de part et d'autre de chacun des pics de Bragg. Ce modèle, qui reste une référence pour les radars HF, ne permet absolument pas d'expliquer l'origine des diffuseurs rapides observés aux bandes microondes.

D'un point de vue diffusion électromagnétique, le développement perturbatif impose la condition

$$k_{em}h < 1 \qquad U_{10}^2 f_{GHz} < 6 \quad (3.2.3)$$

qui n'est pleinement vérifiée qu'aux fréquences MF, HF et pour les vents modérés VHF. Les phénomènes d'ombrage que l'on rencontre aux angles les plus rasants correspondent à des interactions multiples complexes et encore imparfaitement comprises. En conséquence, il paraît légitime de commencer par remettre en cause l'approche perturbative pour la modélisation de l'interaction microonde-surface océanique.

3.3 Spectre Doppler numérique

La première simulation de spectre Doppler océanique obtenue avec la méthode des moments (MoM) a été publiée en 1991 [Rino 91]. Suivant la technique de la *surface gelée*, qui tire partie de l'extrême différence de célérité entre les ondes électromagnétiques dans l'air et les vagues à la surface de la mer, le champ diffracté est calculé à un instant donné en considérant la surface fixe, et éclairée par une onde monochromatique. On simule ainsi, en faisant propager au cours du temps les vagues de la surface, l'évolution temporelle du champ diffracté par une surface océanique déterministe. Chaque instant considéré requiert un calcul MoM, et le spectre Doppler est obtenu par transformation de Fourier temporelle. Des résultats statistiques sont obtenus par un processus de Monte Carlo. Sachant qu'une simulation de spectre Doppler se fait classiquement sur une centaine de pas de temps au moins, elle demande en définitive un temps de calcul CPU cent fois plus important en ordre de grandeur qu'une simulation de surface efficace.

Dans les publications pionnières, le système matriciel de la MoM était résolu par décomposition LU à un coût en $O(N^3)$ pour le temps de calcul (CPU)¹ et en $O(N^2)$ pour la mémoire vive (RAM), où N est le nombre de points de discrétisation sur la surface. Pour rendre ce coût supportable, les surfaces étaient unidimensionnelles et courtes. Des techniques itératives [Kapp 96, Holliday 96] ont tout d'abord permis de réduire le coût CPU à $O(N^2)$. Ensuite, des techniques d'accélération [Tsang 95, Chou 98] ont porté le coût RAM à $O(N)$ et le coût CPU jusqu'à $O(N \ln N)$ ou même $O(N)$. Ces améliorations numériques ne se sont pas fait au détriment de la précision : on parle toujours de méthodes rigoureuses. Avec des profils beaucoup plus longs, les fréquences microondes et les angles rasants ont pu être abordés [Rino 98]. Les spectres Doppler publiés par Toporkov et Brown en 2000 [Toporkov 00], et qui ont requis des semaines de calculs, constituent pour moi des calculs de référence. Les diffuseurs rapides y apparaissent clairement, et aux grands angles d'incidence, entre 60° et 85° , la polarisation horizontale se détache nettement de la polarisation verticale. Ces simulations sont toutefois limitées aux surfaces

1. Le nombre d'opérations en virgule flottante évolue comme la troisième puissance de N

unidimensionnelles, et à ce titre ne peuvent être directement comparées à des données, ou même prétendre comporter tous les phénomènes que l'on rencontrera sur la mer.

Le passage aux surfaces bidimensionnelles n'est pas évident, tant du point de vue du développement que de la charge numérique. La théorie ne se réduit plus à des équations scalaires, et les opérateurs intégraux de frontière, hypersinguliers, requièrent un traitement particulier [Soriano 01]. Les techniques d'accélération deviennent très complexes [Soriano 03], voir cauchemardesques [Tran 97, Torrungrueng 00]. Les temps de calcul sont tels que ces méthodes n'ont jamais été utilisées en l'état pour la modélisation du spectre Doppler océanique bidimensionnel.

La mer présentant des pentes modérées (en haute mer, hors déferlement), la distance entre deux points en interactions sur la surface peut être approchée avec une certaine précision par la *distance horizontale* séparant ces deux points. Cette approximation, due à Meecham [Meecham 56] et Lysanov [Lysanov 56], permet de résoudre analytiquement le problème de diffraction dans le seul cas des ondes scalaires avec condition de Dirichlet sur la surface. Nous avons montré dans [Saillard 04] que cette approximation s'implémente facilement dans la MoM², surtout dans le cadre de la Sparse Matrix-Flat Surface Iterative Approach (voir § 1.2). La méthode résultante, numérique et approchée, mais très bien adaptée à la surface océanique, a été baptisée Small Slope Integral Equation (SSIE).

La SSIE nous a permis de publier les premières modélisations numériques de spectre Doppler océanique microonde sur des surfaces bidimensionnelles [Soriano 06]. Calculés en bande L (soit une fréquence radar de 1,2 GHz et une longueur d'onde de 25 cm) pour des vitesses de vent entre 2 et 4 m/s sur des surfaces de 25 m de côté (le nombre d'inconnues de surface est alors $N \simeq 250\,000$), les spectres Doppler sont limités à 70° d'incidence par l'usage d'un faisceau (voir § 1.3). L'influence de la vitesse et de la direction du vent sont étudiés. Aucun décalage sur la position des pics Doppler simulés par rapport à la fréquence de Bragg n'est perceptible : l'état de mer n'est pas assez élevé et l'incidence pas assez rasante pour que les diffuseurs rapides contribuent de manière significative au spectre Doppler. Cet article et les comparaisons expérience-théorie publiées dans [Saillard 05]

2. Attention, la différence des hauteurs n'est négligée que dans le calcul de la distance d'interaction.

font aujourd'hui encore référence dans la communauté. Les données expérimentales ont été acquises à l'aide d'un radar pulsé bande L prêté par Degréane Horizon, près de Toulon en 2004 lors de campagnes de mesures menées par les membres du LSEET Toulon, maintenant équipe Océanographie Physique, Littorale et Côtière (OPLC) du MIO.

3.4 Surface non-linéaire

Comme le révèle la théorie perturbative (§ 3.2), le spectre Doppler est particulièrement sensible aux interactions hydrodynamiques entre vagues. Elles apparaissent dès le second ordre du développement, et sont intégrées naturellement dans une formulation statistique. Notre modélisation numérique repose sur un processus de Monte Carlo : une moyenne sur un ensemble de réalisations, surfaces déterministes évoluant dans le temps.

La *méthode spectrale* [Tsang 01] permet de créer, à l'aide de transformations de Fourier rapides (FFT) et avec un coût CPU en $O(N \ln N)$, des échantillons rugueux d'une surface de vagues libres, au sens du § 3.2. Une telle surface a ses hauteurs, pentes et dérivées d'ordres supérieurs normalement distribuées, et est dite en conséquence gaussienne ou linéaire. La théorie perturbative pourrait être appliquée sur ces réalisations à chaque pas de temps pour en lier les vagues. Toutefois, ici le simple second ordre, au coût CPU déjà prohibitif en $O(N^2)$, centuple les temps de calculs, et cette voie a été très rapidement abandonnée.

Avec M. Joelson, nous nous sommes alors intéressés à des techniques faiblement non-linéaires, dites à *Hamiltonien tronqué*, et fondées sur des travaux plus fondamentaux en mécanique des fluides [Zakharov 68]. Dans [Rino 91, Johnson 01] et surtout [Toporkov 00, Toporkov 02], c'est une telle méthode, due à D. Creamer [Creamer 89] qui a été utilisée sur des surfaces unidimensionnelles. Il y a été montré comment la non-linéarité modifie profondément le spectre Doppler, élargissant les pics et augmentant leur fréquence centrale. La méthode de Creamer, que nous avons étendue aux surface bidimensionnelles, se trouve elle-même être $O(N^2)$ d'un point de vue coût CPU. C'est donc un développement perturbatif au second ordre de la méthode de Creamer, noté Crea-

mer(2), qui a été utilisé pour les calculs de spectre Doppler sur des surfaces océaniques bidimensionnelles et non-linéaires publiés dans [Soriano 06, Saillard 05]. Le premier ordre de ce développement coïncide avec la surface libre, et le second est calculable par FFT en $O(N \ln N)$ opérations CPU. Le second ordre de la méthode de Creamer s'est révélé très proche du second ordre du développement perturbatif [Weber 77], tout en étant beaucoup plus efficace numériquement.

Ces deux méthodes au second ordre partagent un défaut commun lorsqu'elles sont mises en œuvre aux fréquences microondes : elles contribuent significativement à la rugosité de la surface. Reprenons le processus de la génération d'un échantillon de surface océanique à un instant donné. La surface libre est obtenue par la méthode spectrale ; l'amplitude des vagues est fixée de telle sorte que le spectre de la surface linéaire, transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation, corresponde au spectre océanique. Dans [Soriano 06], c'est le spectre de Pierson-Moskowitz qui est visé. La surface est ensuite rendue non-linéaire par la méthode Creamer(2), mais son spectre ne correspond plus au spectre océanique qu'aux longueurs d'onde métriques et décamétriques. L'amplitude des vagues décimétriques est très surévaluée sur la surface non-linéaire, alors même que ces échelles sont résonantes aux fréquences microondes (relation de Bragg (3.2.1)).

Il faudrait ainsi être capable d'extraire un *spectre linéaire* du spectre océanique. Ce problème, connu comme le *déshabillage* du spectre, a été tout d'abord étudié théoriquement dans [Elfouhaily 99a]. Nous nous sommes contenté de modifier de manière empirique le spectre de Pierson-Moskowitz en diminuant sa partie haute-fréquence. Malgré son caractère bricolé, la procédure qui consiste à appliquer la méthode Creamer(2) au spectre deshabillé par nos soins [Soriano 06] a depuis été reprise telle quelle dans [Li 11a, Li 11b]. Elle est toutefois intrinsèquement limitée aux plus basses fréquences microondes (bande L) et aux vents les plus faibles (vitesse de vent maximale 4m/s).

Notons que les modèles pleinement non-linéaires ne représentent pas aujourd'hui une alternative crédible aux approches faiblement non-linéaires. Dans ces premiers modèles, les équations différentielles non-linéaires de Navier-Stokes sont utilisées pour faire propa-

ger la surface dans le temps, la surface libre étant utilisée comme état initial. Toutefois, dans ce genre de schémas, les vagues décimétriques et centimétriques sont inexorablement amplifiées au cours du temps, jusqu'à ce que la surface atteigne des valeurs de pente et de courbure tout à fait irréalistes. Il ressort de l'étude [Johnson 01] que le modèle de West [West 87] est limité en vitesse de vent à 2m/s! En rajoutant un traitement numérique pour assurer que la courbure de la surface ne dépasse pas une valeur seuil, cette limite est reportée à 5m/s. De l'avis même des hydrodynamiciens, les modèles pleinement non-linéaires sont avant tout conçus pour modéliser les vagues métriques et décamétriques, dont l'énergie est significative dans le cadre des études de résistance des coques et structures immergées.

3.5 Modèle Choppy Wave

Le modèle de Creamer s'est imposé en quelques années comme le modèle de surface faiblement non-linéaire de référence pour la télédétection océanique. Il est incontestablement de domaine de validité plus étendu que les modèles perturbatifs [Weber 77] ou Creamer(2), incorporant des effets d'ordres supérieurs. Toutefois, en l'absence d'une simulation plus rigoureuse, il est difficile d'en cerner les limites et les défauts. De plus, le modèle de Creamer s'est révélé numériquement inadapté aux surfaces bidimensionnelles, et il ne peut pas non plus être utilisé dans la formulation statistique d'une théorie approchée.

C.-A. Guérin, F. Nouguier et B. Chapron ont utilisé et développé un autre modèle faiblement non-linéaire, plus analytique et intégrable aux modèles de diffusion surfacique : le Choppy Wave Model (CWM) [Nouguier 09b, Nouguier 10]. Ici, la hauteur $\eta(x,y,t)$ de la surface libre est inchangée, et ce sont les coordonnées horizontales x et y qui sont transformées. Ainsi un point sur la surface devient

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ \eta(x,y,t) \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} x + D_x(x,y,t) \\ y + D_y(x,y,t) \\ \eta(x,y,t) \end{vmatrix} \quad (3.5.1)$$

Le vecteur déplacement horizontal (D_x, D_y) s'identifie à la transformée de Riesz³ de la hauteur $\eta(x, y, t)$.

Dans [Nouguier 11a, Nouguier 11b], des formulations statistiques sont présentées pour le spectre Doppler dans les cas linéaire et CWM pour les méthodes de diffusion simple. L'approximation des faibles pentes au premier ordre (SSA1), équivalente à l'Optique physique ou l'approximation de Kirchhoff pour les simulations Doppler, et WCA (§ 2.5) sont implémentées. Ces formulations et les simulations associées, réalisées en bandes L et X sur des surfaces unidimensionnelles, sont des résultats exceptionnels que l'on doit à F. Nouguier [Nouguier 09a] et C.-A. Guérin. Ma contribution à ces travaux consiste essentiellement en les simulations par Monte Carlo de WCA sur des surfaces CWM et Creamer.

Ces simulations ont été comparées aux calculs [Toporkov 00, Toporkov 02], où un modèle électromagnétique rigoureux est appliqué sur des surfaces Creamer. Les deux caractéristiques du pic Doppler, fréquence centrale et largeur ont été étudiées. WCA apparaît comme la méthode de diffusion simple la plus précise, et la seule capable de discriminer les deux cas de polarisation sur le paramètre fréquence centrale. Ce paramètre est d'autant plus important qu'il signe la présence de diffuseurs rapides. WCA et CWM contribuent tout deux à sous-estimer ce paramètre sur la plage angulaire $40^\circ - 80^\circ$. À partir de 80° , les spectres Doppler de référence présentent une brusque augmentation de la fréquence centrale, très sensible à la polarisation, et qui est inaccessible aux méthodes de diffusion simple. Nos recherches indiquent que cette brusque augmentation ne peut être expliquée en terme d'ombrage purement géométrique.

Les simulations de référence des articles [Toporkov 00, Toporkov 02] sont limitées en angle d'incidence à 85° , car elles reposent sur la technique du faisceau (§ 1.3). Pour prolonger confortablement ces résultats aux angles les plus rasants, D. Miret a développé un modèle rigoureux pour le spectre Doppler océanique par des surfaces unidimensionnelles en polarisation horizontale avec la technique du plan localement déformé (PLD, § 1.4),

3. Elle-même coïncidant avec la transformée de Hilbert pour les surfaces unidimensionnelles.

sur la base du modèle publié dans [Soriano 10]. Nous avons ainsi des résultats en bande L pour les 5 derniers degrés. Ils font état d'une saturation de la fréquence centrale du pic Doppler. Ce niveau de saturation varie sensiblement d'un modèle de surface à l'autre : il s'avère que CMW apparaît encore une fois moins non-linéaire que Creamer. Un correctif d'ordre supérieur a été apporté à CWM, qui rapproche ses performances de celles de Creamer, sans toutefois les atteindre. F. Nouguier et C.-A. Guérin mettent aussi la dernière main à une version améliorée, au second ordre, de CWM. Surtout, le niveau de saturation montre une variation linéaire avec la hauteur significative de la surface, soit une variation quadratique avec la vitesse du vent. Ce résultat contredit d'emblée tout modèle phénoménologique qui tendrait à relier cette fréquence centrale saturée à la vitesse orbitale des vagues sur les crêtes, car cette dernière vitesse varie linéairement avec la vitesse du vent.

3.6 Perspectives

La modélisation du spectre Doppler océanique requiert aux fréquences microonde des outils beaucoup plus évolués qu'aux plus basses fréquences. Ces outils ne sont plus développés au sein même de la communauté de la télédétection océanique, car ils requièrent des compétences pointues, théoriques et numériques, en diffraction des ondes électromagnétiques et mécanique des fluides.

Nos contributions à la modélisation numérique du spectre Doppler sont aujourd'hui assez éclatées. D'un côté, nous avons prouvé que des simulations sur des surfaces bidimensionnelles étaient possibles, mais l'incidence était limitée à 70° et la prise en compte de la non-linéarité, avec Creamer (2), était sommaire. D'un autre côté, ces deux limitations ont été au moins partiellement levées sur les surfaces unidimensionnelles grâce au PLD et à CWM.

Le PLD a bien été implémenté sur des surfaces bidimensionnelles (§ 1.5), mais des problèmes numériques subsistent en rétrodiffusion aux angles rasants en polarisation horizontale, compromettant la précision des calculs.

Intégrer CWM à la MoM sur des surfaces unidimensionnelles est un exercice délicat, mais qui ne demande somme toute qu'une bonne connaissance de tous les aspects du formalisme intégral de frontière. Pour les surfaces bidimensionnelles, l'affaire devient beaucoup plus numérique. En effet, les techniques d'accélération que nous utilisons sont fondées sur une discrétisation de la surface sur une grille régulière. Or, CMW correspond justement à un déplacement horizontal non coordonné des points de cette grille régulière. Un important travail de développement et de programmation s'impose. Ce travail peut trouver sa place et sa pleine justification dans une optique d'évolution plus globale de nos simulations.

Pour l'instant, les points de la surface sont paramétrés par deux variables spatiales qui coïncident avec les coordonnées cartésiennes horizontales x et y . Ces deux coordonnées sont régulièrement discrétisées. On peut élargir le modèle en introduisant deux paramètres spatiaux u et v a priori distincts des coordonnées cartésiennes x et y . Le point sur la surface devient :

$$\mathbf{R}(x,y,t) = \begin{vmatrix} x \\ y \\ \eta(x,y,t) \end{vmatrix} \rightarrow \mathbf{R}(u,v,t) = \begin{vmatrix} x(u,v,t) \\ y(u,v,t) \\ \eta(u,v,t) \end{vmatrix} \quad (3.6.1)$$

u et v deviennent les variables discrétisés régulièrement. On retrouve le CWM avec

$$\begin{cases} x(u,v,t) = u + D_x(u,v,t) \\ y(u,v,t) = v + D_y(u,v,t) \end{cases} \quad (3.6.2)$$

mais d'autres types de surfaces deviennent modélisables. En télédétection océanique, les vagues déferlantes forment toujours un sujet de recherche actif [Khairi 13, Yang 11]. En Optique (chapitre 4), aucune technique de profilométrie, à part la microscopie électronique, ne permet de traiter des *défauts* sur la surface comme des pistes, des sillons ou des bosses avec des flancs en dévers, c'est-à-dire au delà de la verticale.

Notons au passage la récente parution d'une méthode rigoureuse de diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses bidimensionnelles [Aït Braham 08]. Héritière de la méthode C [Chandezon 80], elle est justement fondée sur l'utilisation de coordonnées curvilignes non orthogonales.

Je compte maintenir ma collaboration avec les membres de l'équipe OPLC du MIO pour le développement de méthodes approchées de diffusion surfacique et l'intégration de modèles non-linéaire de surface océanique aux méthodes de diffusion.

Chapitre 4

Surfaces optiques

4.1 Introduction

Ce chapitre, le premier rattaché au domaine de l’Optique, rassemble ceux de mes travaux où la lumière peut être considérée comme monochromatique. Les effets de cohérence et de polarisation partielle sont traités au chapitre suivant.

La réponse optique d’un matériau, au sens le plus large, est différente suivant que sa surface est plane ou rugueuse. A partir de ce constat, la structuration de surface permet d’obtenir des propriétés optiques inaccessibles aux matériaux naturels. Les surfaces rugueuses aléatoires, comparées aux réseaux de diffraction, permettent de produire des motifs sub-longueur d’onde avec des procédés plus simples, moins contraints et moins coûteux. Elles constituent ainsi un nouveau type de métamatériaux [Leskova 07]. Ainsi, des surfaces de silicium [Huang 06] et de germanium [Nayak 07] se sont vues conférer de très fortes propriétés anti-reflets aux longueurs d’onde visibles par structuration laser. De tels effets pourraient être utilisés pour améliorer la sensibilité des détecteurs optroniques et le rendement des cellules photovoltaïques. Je présente en §4.2 une première étude numérique de l’influence de la rugosité sur la réflectivité optique du silicium.

J’ai aussi travaillé sur la profilométrie optique, une technique métrologique très largement employée dans de multiples domaines industriels. Elle permet notamment de carac-

tériser des états de surface et des dispositifs (électroniques, mécaniques, optiques...) à la miniaturisation toujours plus poussée. La profilométrie optique présente l'intérêt d'être sans contact, donc non invasive. Elle est aussi peu onéreuse et rapide, en comparaison avec la microscopie à force atomique, notamment. Les principales méthodes commerciales disponibles à ce jour sont la profilométrie interférométrique (par exemple à décalage de phase ou à balayage en lumière blanche) et l'imagerie confocale chromatique, développée par la société STIL d'Aix-en-Provence¹. Ces techniques reposent toutes sur une modélisation élémentaire de l'interaction onde-surface : en tout point de la surface, la lumière est réfléchie comme par un plan. Leur utilisation est donc naturellement restreinte aux surfaces de pentes modérées. Si des sensibilités axiales du domaine nanométrique sont affichées, la résolution transverse est quant à elle au mieux micrométrique.

Mes premières inversions de données expérimentales (§ 4.3) ont été effectuées dans le cadre du projet GENESUPRA du dispositif Recherche Exploratoire et Innovation de la DGA entre 2009 et 2012. Ce projet dont j'ai eu la responsabilité scientifique est une collaboration entre THALES optronique et deux laboratoires de l'Université d'Aix-Marseille : l'Institut Fresnel et l'IM2NP. Viennent ensuite (§ 4.4) les travaux sur la synthèse d'ouverture réalisés dans le cadre du stage de *tesi di laurea* de S. Maranta en 2009. Enfin, pour sonder les limites de la profilométrie optique, et dans la lignée des recherches menées au Laboratoire d'Optique Electromagnétique trente ans plus tôt, nous avons développé dans l'équipe SEMO à l'Institut Fresnel une méthode inverse de diffraction (§ 4.5).

4.2 Rugosité et reflectivité

J'ai commencé à m'intéresser aux surfaces optiques en thèse, avec une étude numérique de l'influence de la conductivité sur l'intensité diffractée par des surfaces rugueuses bidimensionnelles d'aluminium à la longueur d'onde de 650 nm [Soriano 00]. Une surface rugueuse aléatoire stationnaire est en premier lieu statistiquement caractérisée par deux fonctions [Ogilvy 91] : sa distribution des hauteurs $p(z)$ et sa fonction d'autocorrélation

1. <http://www.stilsa.com>

$\rho(\mathbf{r})$. En Optique, on considère souvent, à raison ou par manque d'information, que ces deux fonctions sont des gaussiennes :

$$p(z) = \frac{e^{-(z/h)^2/2}}{\sqrt{2\pi}h} \quad \rho(\mathbf{r}) = \rho(x,y) = h^2 e^{-(r/\ell)^2} \quad s = \sqrt{2} \frac{h}{\ell} \quad (4.2.1)$$

Ces surfaces gaussiennes sont entièrement paramétrées par leur hauteur quadratique moyenne h et leur rayon de corrélation ℓ .

Dans notre article [Soriano 01], la surface étudiée est très rugueuse : avec des paramètres $h = 650 \text{ nm}$ et $\ell = 1,3 \mu\text{m}$, la pente quadratique moyenne $s \simeq 0,7 \simeq \tan 35^\circ$ est très forte, et le diagramme bistatique de l'intensité incohérente est largement dominé par le pic de rétrodiffusion exaltée. Dans ces conditions, un modèle numérique est pleinement justifié pour le calcul de reflectivité, car seule une poignée de méthodes approchées d'ordre élevé [Elfouhaily 04] sont capables de rendre compte précisément de tels phénomènes d'interactions multiples. A ce titre, il convient de citer une approche récente [Simonsen 10b, Simonsen 10a] dans le cadre de l'hypothèse de Rayleigh [Voronovich 07]. Malgré cette forte rugosité, la reflectivité de la surface à 20° n'est abaissée par rapport à celle du plan que de 5 % ou 6 %, suivant la polarisation du faisceau incident.

La méthode des moments (MoM) est fondée pour les surfaces bidimensionnelles sur les techniques de résolution itératives de systèmes linéaires (voir § 1.2). Or aucune de ces techniques, même les plus récentes, n'a permis de faire converger la MoM lorsque la pente quadratique moyenne s dépasse l'unité. La suite de notre étude de la réflectivité des surfaces a donc été menée sur des surfaces unidimensionnelles. Le matériau considéré est le silicium sur une plage de longueurs d'onde entre 400 nm et 1400 nm, où sa permittivité relative varie entre $31,6 + 3,2i$ et 12,2. Sur la figure 4.1, on observe que la réflectivité descend jusqu'à 1-2 %, mais seulement en polarisation V (champ électrique parallèle au plan d'incidence) et pour une pente quadratique moyenne de $s \simeq 5,7 \simeq \tan 80^\circ$. A 632 nm, le pas de discrétisation requis pour ce calcul est de 5 nm, ce qui indique des interactions sur la surface à des fréquences spatiales jusqu'à 50 fois le nombre d'onde électromagnétique.

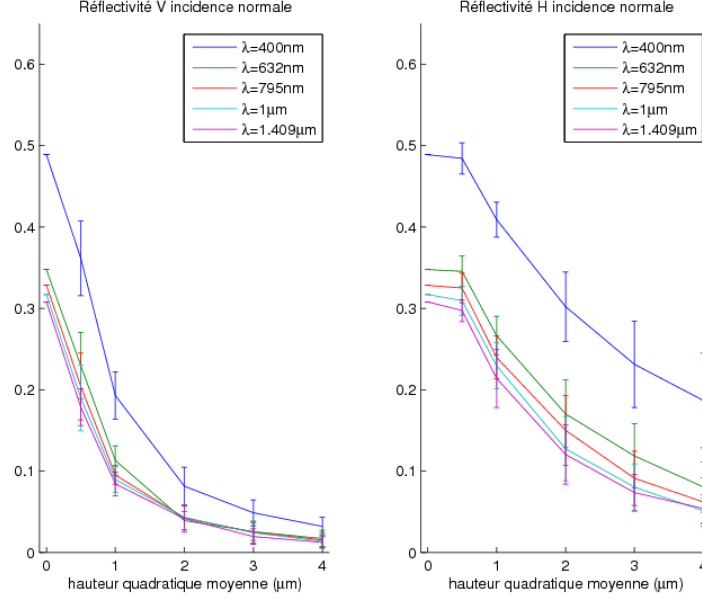


FIGURE 4.1 – Réflectivité de surface en incidence normale du silicium rugueux en fonction de la hauteur quadratique moyenne h pour une longueur de corrélation de $\ell = 1\mu\text{m}$.

4.3 Caractérisation de rugosités aléatoires

Des surfaces bidimensionnelles métallisées présentant des rugosités aléatoires aux longueurs d'onde optiques ont été photofabriquées à l'IM2NP [Brissonneau 11]. Ces échantillons ont ensuite été caractérisés optiquement par mesure du champ diffracté complexe à 632,8 nm sous incidence quasi-normale par G. Maire à l'aide du microscope interférométrique de l'Institut Fresnel (MI) [Maire 09]. Ici, les surfaces sont supposées peu rugueuses, et on relie directement, à un multiple de la demi-longueur d'onde près, la hauteur η

$$\eta = \frac{-\lambda}{4\pi} \varphi \left[\frac{\lambda}{2} \right] \quad (4.3.1)$$

à la phase φ obtenue par interférométrie dans le plan focal image d'une lentille. On passe simplement des dimensions latérales dans le plan image à celles sur l'échantillon à l'aide du grandissement optique du montage.

Les échantillons photofabriqués présentent des hauteurs couvrant souvent un micron, alors que la formule (4.3.1) ne permet d'estimer celles-ci qu'à un multiple de la demi-longueur d'onde près. La carte des hauteurs directement obtenue présente donc des dis-

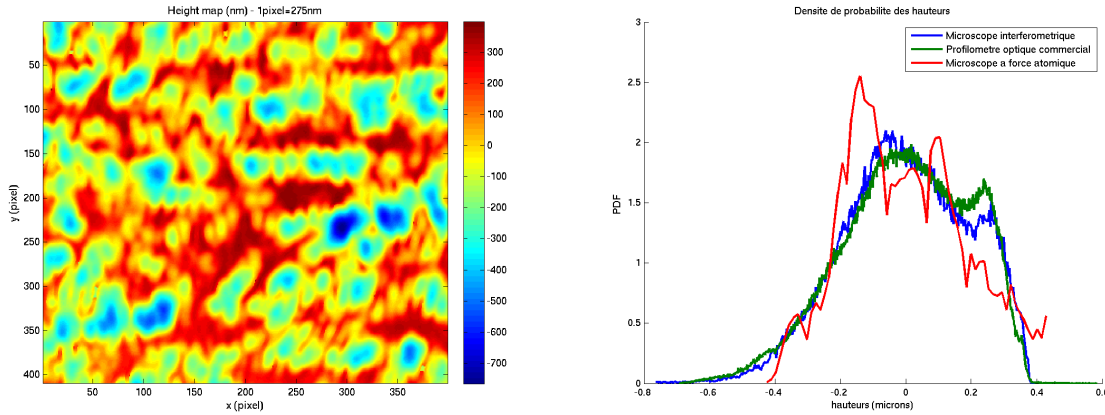


FIGURE 4.2 – Carte (gauche) et distribution (droite) des hauteurs de l'échantillon 10 de la série PFM1904 photofabriquée dans le cadre du projet REI DGA GENESUPRA.

continuités ou sauts. Le problème de la valeur de la phase à 2π radians près est connu suivant les communautés sous les dénominations de vortex optique [Goodman 07] ou déroulement de la phase en interférométrie à synthèse d'ouverture [Ghiglia 98]. Une abondante littérature témoigne tout à la fois de la difficulté du sujet et de son importance pratique. N'étant pas particulièrement bien positionné pour faire évoluer ce thème de recherche, je me suis contenté de reprendre une technique éprouvée : la méthode de Goldstein [Goldstein 88]. A partir de la carte des hauteurs correctement déroulée, les grandeurs statistiques de l'échantillon peuvent être estimées : moyennes quadratiques des hauteurs h et des pentes s bien sûr, mais aussi dans une certaine mesure les distributions des hauteurs et des pentes et les fonctions de corrélation associées.

Les mesures au MI sur une zone de $110\mu\text{m} \times 110\mu\text{m}$ indiquent que l'échantillon 10 de la série PFM1904 présente une hauteur quadratique moyenne de $h = 0,2\mu\text{m}$ et une pente quadratique moyenne de $s = 0,11$. Sa carte et sa distribution des hauteurs estimées sur cette zone sont reportées sur la figure 4.2. En vue de valider et de qualifier la précision de cette reconstruction de surface, l'échantillon PFM1904#10 a été aussi caractérisé par deux autres dispositifs : le profilomètre optique à balayage en lumière blanche commercial

Zygo NewView 7300 (Zygo)² et le microscope à force atomique (AFM) de l'IM2NP³. Les cartes des hauteurs ne peuvent être directement comparées, car il n'est en pratique pas possible d'étudier avec chacun des trois dispositifs la même zone de l'échantillon. Les distributions des hauteurs sont tracées sur le graphe droit de la figure 4.2. Les résultats des deux méthodes optiques MI et Zygo coïncident particulièrement bien, l'écart pouvant tout à fait être expliqué par des zones différentes mesurées. La distribution donnée par l'AFM est nettement plus éloignée, même si elle présente aussi une structure à deux pics, écartés d'environ $0,25\ \mu\text{m}$, avec le pic négatif plus haut que l'autre. Il est à noter que l'AFM utilisé mesure une zone de $45\ \mu\text{m} \times 45\ \mu\text{m}$, sensiblement plus petite que les zones de mesure MI : $110\ \mu\text{m} \times 110\ \mu\text{m}$, ou Zygo : $200\ \mu\text{m} \times 200\ \mu\text{m}$. Ces résultats, encore non publiés, montrent bien la difficulté de caractériser avec certitude la rugosité d'une surface optique, les résultats de la mesure variant d'un appareil à l'autre.

D'autres échantillons (série PF1102) ont été caractérisés au MI, et leur distribution bistatique de réflectance (BRDF) a été mesurée à la longueur d'onde $\lambda = 600\ \text{nm}$ et 8.7° d'incidence par Vincent BRISSONNEAU au spectrogoniophotomètre de l'IM2NP. Comme le montre la figure 4.3 a, la distribution des hauteurs de l'échantillon PF1102#8 apparaît au MI (en bleu) nettement plus proche de la gaussienne (en vert) que de l'exponentielle négative (en rouge). Pourtant les simulations, réalisées avec une formulation statistique [Beckmann 73] de l'approximation des faibles pentes à l'ordre 1 (SSA1) [Soriano 02a] à partir de ces deux distributions, indiquent clairement sur la figure 4.3 b que l'échantillon se comporte d'un point de vue diffusion de la lumière comme un échantillon à hauteurs exponentiellement distribuées. L'accord entre l'expérience et la théorie est alors remarquable. Ce résultat illustre tout à la fois l'importance de la prise en compte de la distribution des hauteurs dans la modélisation de la diffraction surfacique et la difficulté de statuer définitivement sur la distribution d'un échantillon comme celui-ci. D'un côté, cette distribution pourrait se situer nettement moins proche de la gaussienne que ne le

2. Les mesures au Zygo ont été réalisées par C. Hecquet, Ingénieur de Recherche CNRS, Institut Fresnel, équipe Recherche en matériaux, composants et technologies de Couches Minces Optiques.

3. Les mesures à l'AFM sont dues à A. Ronda, Ingénieur de Recherche CNRS, IM2NP, équipe Nanostructures Semi-Conductrices Epitaxiées.

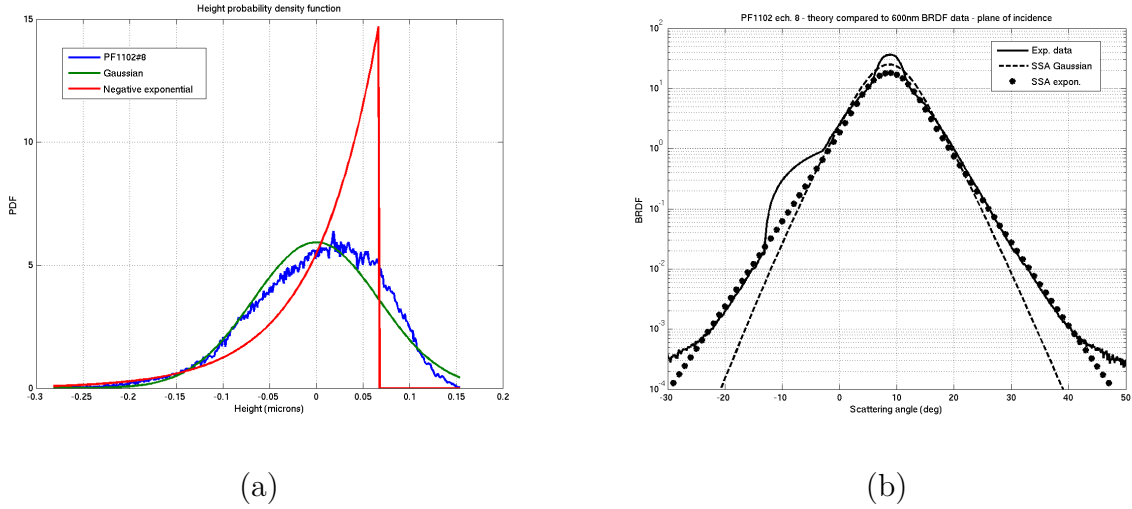


FIGURE 4.3 – Échantillon PF1102#8 : (a) distribution des hauteurs obtenue au MI et (b) mesures de BRDF à 600 nm 8,7° d'incidence dans le plan d'incidence et simulations numériques.

suggère l'estimation au MI. D'un autre côté, il n'existe pas de formulation statistique aux méthodes approchées du premier ordre non perturbatives comme SSA1 ou l'approximation de l'Optique physique [Elfouhaily 04] ou encore WCA (§ 2.5) pour une distribution des hauteurs arbitraire ou déterminée expérimentalement. À de rares exceptions près [Wu 88], les formulations statistiques reposent sur l'hypothèse de hauteurs normalement distribuées. L'approche présentée dans l'article [Beckmann 73] nous a servi pour la distribution exponentielle. Elle devrait permettre de traiter des distributions analytiques plus générales comme les lois gamma. Elle est toutefois restreinte aux fonctions d'autocorrélation positives.

Nous finissons sur l'influence de la fonction d'autocorrélation. Les échantillons de la série PF1102 se sont révélés certes gaussiens pour cette fonction, mais très anisotropes. Cette anisotropie transparaît sur les mesures de BRDF dans le plan transverse au plan d'incidence (figure 4.4 a) : les diagrammes y apparaissent décentrés. La prise en compte de cette anisotropie dans la formulation statistique de SSA1 permet de retrouver qualitativement ces décalages (figure 4.4 b).

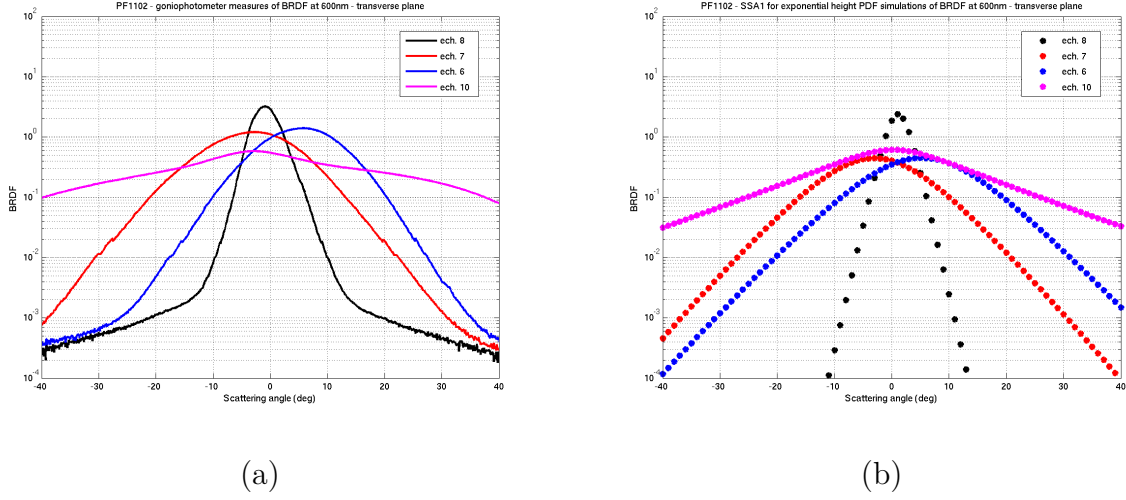


FIGURE 4.4 – BRDF à 600 nm et $8,7^\circ$ d’incidence dans le plan transverse pour la série PF1102 : (a) mesures et (b) simulations.

4.4 Synthèse d’ouverture

Devant la difficulté de caractériser une rugosité aléatoire, nous nous tournons vers des surfaces plus abordables : des sillons parallèles gravés dans une couche épaisse de phosphore d’Indium (InP)⁴. La technique de gravure permet d’assurer aux sillons des pentes de 45° , et l’indice optique complexe du phosphore d’indium est donné pour valoir $3,52 + 0,30i$ à la longueur d’onde d’étude 632,8 nm. L’échantillon étudié comprend deux sillons de 100 nm de profondeur, de largeurs respectives $1,92 \mu\text{m}$ et $0,92 \mu\text{m}$ et séparés de $1,09 \mu\text{m}$. La mesure du champ diffracté par cet échantillon a été effectuée par G. Maire et Y. Ruan à l’aide du MI en configuration de champ lointain. Ce champ complexe est acquis dans le plan d’incidence, perpendiculaire aux sillons, en polarisation TE (champ électrique parallèle aux sillons), entre -46° et $+46^\circ$, pour 10 valeurs de l’angle d’incidence entre $-32,5^\circ$ et $+32,5^\circ$.

Pour un profil d’équation $z = \eta(x)$, l’axe des y étant la direction des sillons, le problème de diffraction est bidimensionnel. Le champ diffracté S à la longueur d’onde λ peut s’écrire pour des angles incident θ_i et diffracté θ_d et dans le cadre d’une double

4. Cet échantillon fait partie d’un lot réalisé par Anne Talneau au Laboratoire de Photonique et Nanostructures, CNRS UPR 20, et caractérisé au microscope électronique à balayage.

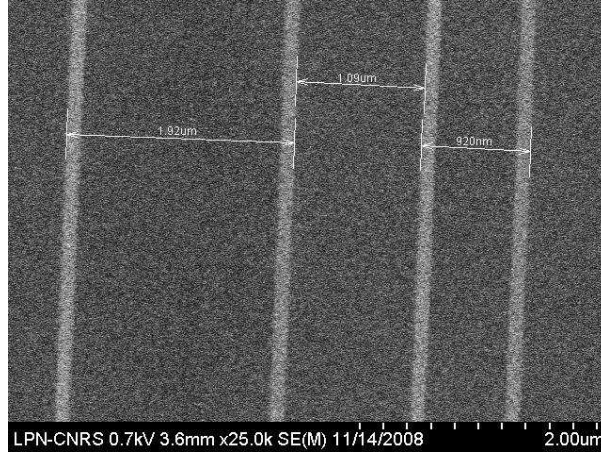


FIGURE 4.5 – Image au microscope électronique à balayage (MEB) des sillons gravés dans l'InP, avec la permission d'Anne Talneau, LPN.

approximation de diffusion simple et de diffusion paraxiale $\cos \theta_d \simeq \cos \theta_i \simeq 1$ comme le produit

$$S(\theta_d, \theta_i) \simeq N(\theta_d, \theta_i) \tilde{f}(k) \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta_d - \sin \theta_i) \quad f(x) = g(x) e^{-4i\pi\eta(x)/\lambda} \quad (4.4.1)$$

d'un noyau $N(\theta_d, \theta_i)$ dépendant de la permittivité du milieu, de la polarisation incidente, mais pas de la rugosité, et de $\tilde{f}(k)$, transformée de Fourier de la fonction $f(x)$ et qui ne dépend plus que de la différence entre les sinus des angles incident et diffracté. $g(x)$ est la fonction d'éclairement en amplitude, supposée ici réelle.

L'inversion dite de Fourier [Mendez 83] ou de Fraunhofer consiste à reconstituer au mieux $\tilde{f}(k)$ à partir des données, puis de prendre l'argument de son original de Fourier.

$$\eta_F(x) = \frac{-\lambda}{4\pi} \arg f(x) \left[\frac{\lambda}{2} \right] \quad \delta_F = \frac{\lambda}{2NA} \quad (4.4.2)$$

La résolution transverse δ_F de la méthode de Fraunhofer est limitée par l'inverse du support de \tilde{f} , proportionnel à l'ouverture numérique NA .

Les mesures sur les sillons 4.5 ont été inversées avec la méthode de Fraunhofer par S. Maranta lors de son stage de *tesi di laurea* en 2009. Lorsque seules les deux incidences les plus normales sont combinées, l'ouverture numérique $NA = \sin 46^\circ + \sin 13^\circ = 0,94$ donne une résolution de $\delta_F = 335$ nm. La reconstruction (figure 4.6 a) est très approximative,

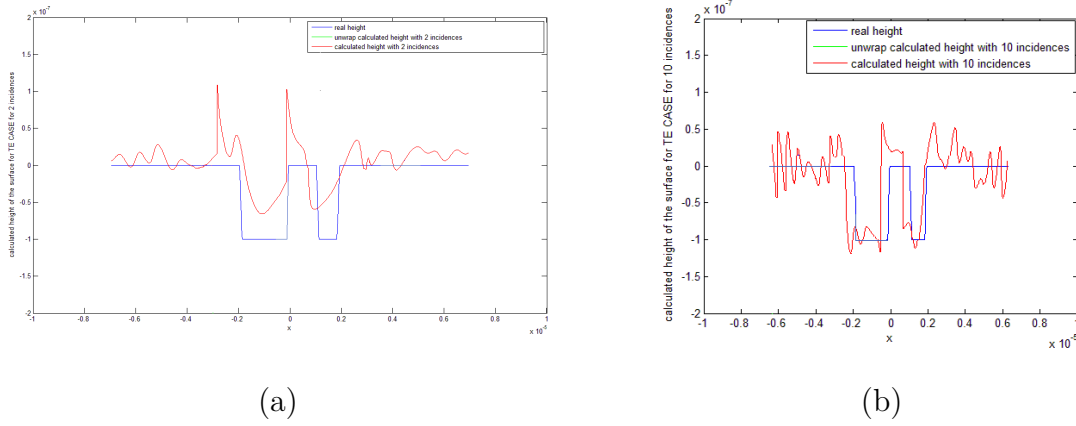


FIGURE 4.6 – Inversions de Fraunhofer des mesures au MI à 632,8 nm sur les deux sillons de la figure 4.5 avec des résolutions δ_F de (a) 335 nm et (b) 252 nm.

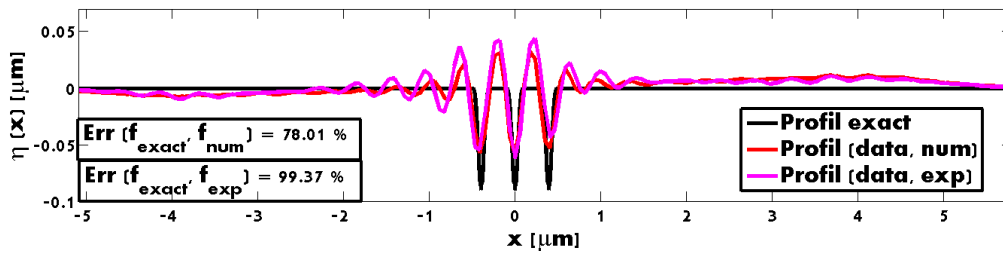
même si on devine les deux sillons. Avec les mesures combinées pour les dix incidences, l'ouverture numérique et la résolution montent par synthèse d'ouverture à $NA = \sin 46^\circ + \sin 32,5^\circ = 1,26$ et $\delta_F = 252$ nm. La reconstruction est meilleure (figure 4.6 b) : largeur, profondeur et écartement des sillons sont assez fidèlement rendus. Par contre, la position des pics apparaît légèrement décalée sur la gauche, et le plan du profil est perturbé par de fortes oscillations haute-fréquence.

Cette rugosité est un cas limite des performances de l'inversion directe, permise par les approximations de diffusion : diffusion paraxiale, et surtout diffusion simple. A ouverture numérique fixée, la reconstruction de sillons plus étroits ou profonds est dégradée, avec en premier lieu des profondeurs très sous-évaluées (figure 4.7 b). Au contraire, pour des sillons plus larges, les défauts de l'inversion de Fraunhofer sont réduits. Les surfaces présentant de fortes hauteurs pic-vallée restent problématiques à inverser, car la phase y est difficile à dérouler (§ 4.3).

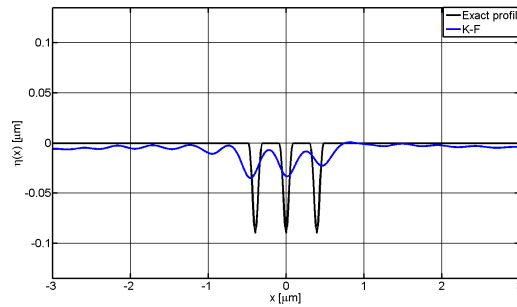
4.5 Méthode inverse de diffraction

S. Arhab a travaillé en doctorat entre 2009 et 2012 sur la profilométrie optique par méthode inverse de diffraction [Arhab 12a]. Au sein de l'équipe SEMO à l'Institut Fresnel, il a été encadré par H. Giovannini, K. Belkebir et moi-même. Pour la diffraction par

une surface rugueuse, la MoM permet de considérer des surfaces étendues, alors que les modèles volumiques sont très restreints sur les dimensions du domaine de calcul. Si le modèle de Fraunhofer peut être inversé directement, il en va tout autrement du modèle rigoureux : le problème inverse s'y révèle non-linéaire et mal posé, et nous nous tournons vers une inversion itérative. L'algorithme Newton-Kantorovitch (NK) [Roger 81] a été adopté et implémenté sur des surfaces unidimensionnelles infiniment conductrices en polarisations TE (Le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence) [Arhab 11] et TM (le champ électrique est parallèle au plan d'incidence) [Arhab 12b]. Dans la lignée de [Mendez 83], ces deux articles sont limités aux inversions de données synthétiques, mais [Arhab 12b] contient une étude en profondeur des mécanismes de diffusion multiple, différenciés suivant la polarisation.



(a)



(b)

FIGURE 4.7 – Inversions à 632,8nm et en polarisation TE sur les trois sillons avec une ouverture numérique de $NA = 1,77$ (a) par la méthode NK sur des données synthétiques et des mesures expérimentales et (b) par la méthode de Fraunhofer

S. Arhab a ensuite étendu notre méthode NK aux surfaces diélectriques pour abor-

der les inversions de mesures expérimentales. Ces résultats ont été publiés dans Physical Review Letters [Arhab 13]. Pour illustrer les capacités de résolution accessibles avec ce genre de méthode, on considère une surface d'InP gravée de trois sillons identiques, beaucoup plus étroits – 160 nm de large et 80 nm de profondeur – et espacés centre à centre de 400 nm. Ici (figure 4.7), seule la NK permet de retrouver la forme et la profondeur des sillons. L'inversion est dite super-résolue. La proximité entre inversion sur des données synthétiques et inversion sur des mesures expérimentales est remarquable, et vient confirmer la qualité des mesures optiques à l'équipe SEMO.

Pour le problème inverse non-linéaire, la méthode NK propose de résoudre une succession de problèmes linéarisés. Pour un profil donné η , la variation linéaire de champ diffracté $\delta S(\theta_d, \theta_i)$ est reliée à la variation de profil $\delta\eta$ par la *dérivée de Fréchet de l'opérateur de diffraction* \mathcal{D} . Ainsi, pour le plan $\eta = 0$, cet opérateur \mathcal{D} coïncide naturellement avec le premier ordre de la méthode perturbative (SPM1). Or on sait SPM1 limitée aux très faibles rugosités, et c'est d'ailleurs avec une méthode de type optique physique (OP) plutôt que perturbative que sont réalisées les inversions directes de la § 4.4. La dépendance linéaire au profil n'est retrouvée dans l'OP qu'à la limite des petites hauteurs :

$$e^{\frac{2i\pi}{\lambda}(\cos\theta_d + \cos\theta_i)\eta} \simeq 1 + \frac{2i\pi}{\lambda}(\cos\theta_d + \cos\theta_i)\eta \quad (4.5.1)$$

Ce défaut intrinsèque peut expliquer la lenteur de convergence de NK et le nombre important d'itérations qu'elle requiert, même pour reconstruire une surface dans le domaine de validité de la méthode de Fraunhofer en partant du plan comme estimée initiale.

Les problèmes linéarisés sont mal posés et nécessitent une régularisation. Le réglage du paramètre de régularisation en fonction des dimensions du problème et de la polarisation ne facilite pas l'usage de la méthode NK. D'autre part, des discontinuités sur le profil comparables à ceux obtenus aux sections précédentes en déroulant la phase sont parfois relevées sur des profils à fortes hauteurs pic-vallée.

Notre méthode inverse de diffraction doit sa précision à l'évaluation de l'opérateur \mathcal{D} par les relations dites des états adjoints publiées dans [Roger 82]. Les états adjoints font intervenir les champs sur la surface, calculés dans notre cas par la MoM sur le profil η

pour l'angle d'incidence θ_i , mais aussi pour l'incidence adjointe $\theta_i^\dagger = -\theta_d$. En notant N_i et N_d les nombres d'angles d'incidence et diffractés, l'évaluation par la méthode des états adjoints de chaque correction au profil $\delta\eta$ requiert N_d calculs MoM qui viennent s'ajouter aux N_i utilisés par le reste de l'algorithme. Dans une configuration comme le MI, où $N_d \gg N_i$ les angles diffractés sont beaucoup plus nombreux, de l'ordre de la centaine, que les angles d'incidence. Pour les surfaces unidimensionnelles, la matrice de la MoM est résolue par décomposition LU, et les N_d calculs supplémentaires sont peu pénalisants en terme de charge numérique.

Il en va tout autrement pour les surface bidimensionnelles, où le système linéaire de la MoM est résolu itérativement. Le temps de calcul est alors proportionnel au nombre d'angles $N_i + N_d$, nombre lui-même élevé au carré au passage du profil à la surface. Aussi élevée au carré est la taille de la matrice associée à l'opérateur \mathcal{D} , matrice qui devient problématique à charger en mémoire vive.

4.6 Perspectives

La modélisation rigoureuse apparaît incontournable pour l'estimation de la réflectivité des surfaces extrêmement rugueuses, même si l'approche surfacique montre clairement ses limites. Ainsi, notre étude s'est vue restreinte aux surfaces unidimensionnelles car les techniques de résolution itérative de système linéaires que nous utilisons pour les surfaces bidimensionnelles sont mises en défaut lorsque la pente quadratique moyenne de la surface dépasse l'unité. Deux possibilités s'offrent à nous. Certaines techniques permettent aujourd'hui la résolution directe du système linéaire de la MoM [Shaeffer 08]. Elles n'ont jusqu'à présent pas été testées sur des milieux aléatoires, et demandent un investissement très important en terme de développement et de programmation. Ces modélisations peuvent aussi être continuées dans un cadre volumique [Rockstuhl 07]. Pour l'ANR TRAMEL et avec H. Tortel de l'équipe HIPE à l'Institut Fresnel, nous avons commencé un travail avec la méthode des éléments finis. Les premières comparaisons de la MoM avec cette méthode sur des surfaces rugueuses unidimensionnelles sont très encourageantes.

Une technique de décomposition de domaine [Zhao 07] est en cours de développement dans l'équipe HIPE [Voznyuk 13] pour aborder les problèmes tridimensionnels.

Nos travaux sur la caractérisation de rugosités aléatoires et la technique de synthèse d'ouverture nous ont permis de nous familiariser avec les techniques, les niveaux de performance des instruments et les enjeux de la profilométrie optique.

Sur ce thème, les perspectives de recherches dans l'équipe SEMO résident clairement dans les méthodes inverses itératives de diffraction. Ces techniques ont permis à l'équipe de publier ses premiers résultats [Belkebir 03, Maire 09] en microscopie super-résolue, une thématique centrale à SEMO. Toutefois, ces travaux se trouvent aujourd'hui et malgré une certaine maturité sans suite industrielle locale, car la conception d'un microscope à l'état de l'art requiert des investissements conséquents, et les principales entreprises européennes sur ce domaine sont allemandes. Au contraire, la profilométrie optique est plus abordable à tous points de vue, et constitue une belle opportunité de voir nos idées intégrées dans un prototype opérationnel. Ainsi, une forme de partenariat avec la société aixoise STIL s'avère plus que souhaitable.

Les résultats obtenus avec la méthode NK et détaillés au long de la section précédente ont été immédiatement spectaculaires. Obtenus pour un profil métallique en polarisation TE, ils ont été encore améliorés en polarisation TM, et étendus au cas diélectrique. Il n'en reste pas moins que ces travaux constituent un premier modèle assemblé à partir des connaissances en diffusion surfacique et inversion préexistantes dans l'équipe. Ce modèle, limité et perfectible sur bien des aspects, a été partiellement transposé aux surfaces bidimensionnelles et à la diffraction vectorielle. Toutefois, pour des questions de charge numérique, il ne peut être appliqué dans des cas de super-résolution. Le passage de la NK à une méthode de gradient pourrait permettre tout à la fois de réduire le rôle de la régularisation et de lever le problème du stockage de la matrice associée à l'opérateur \mathcal{D} pour les surfaces bidimensionnelles. Reste à déterminer si une méthode de gradient sera aussi performante en terme de résolution latérale que la NK. L'équipe ne manque pas de compétence en la matière [Belkebir 01].

Qui sait si cela fait, nous ne rencontrerons pas autres obstacles sur la route de l'in-

version tridimensionnelle super-résolue? Nous aurons alors l'opportunité de réviser nos connaissances en profondeur et de les adapter plus encore à la spécificité de la diffraction surfacique.

Chapitre 5

Polarisation et cohérence de la lumière

5.1 Introduction

L'utilisation des concepts et méthodes statistiques est un aspect fondamental de l'Optique moderne [Goodman 85, Mandel 95]. Principalement relégué au rang de bruit parasite aux radiofréquences, le caractère aléatoire du champ électromagnétique est central en Optique, car intrinsèquement relié à la nature quantique des sources lumineuses [Glauber 63].

Les notions de cohérences spatiale et temporelle sont au programme du cours d'Optique physique des licences de sciences physiques. Je les ai moi-même enseignées à Saint-Jérôme il y a quelques années. Les dimensions de la source et sa largeur spectrale influent directement sur la visibilité des franges dans un montage interférométrique à division du front d'onde. Le troisième type de cohérence, polarimétrique, intervient en ellipsométrie. C'est le degré de polarisation (DOP) de la lumière qui fixe le contraste maximal de l'intensité en sortie de l'analyseur tournant. Le DOP conditionne très largement les performances des techniques d'ellipsométrie. L'approche unifiée des phénomènes de cohérence et de polarisation est récente [Wolf 07]. Cette théorie a essentiellement été appliquée

aux milieux faiblement diffusants comme la turbulence atmosphérique [Salem 04] ou dans des configurations très spécifiques [Roychowdhury 06]. On trouve un bon résumé de ces travaux dans [Gbur 11].

En 2011, je commence à travailler avec M. Zerrad et C. Amra sur l'influence de la diffraction par un milieu désordonné sur les propriétés de polarisation de la lumière, sans se limiter au régime de faible diffusion. J'ai déjà une petite expérience de la lumière partiellement polarisée : des calculs de simulation de matrices de Müller sur la surface de la mer en microonde et sur des surfaces rugueuses aléatoires en Optique. Vu mon parcours, personne ne sera étonné que milieu désordonné soit pour moi bien souvent synonyme de surface rugueuse. On distingue ici milieu désordonné et milieu aléatoire [Brosseau 91]. Pour les trois études présentées dans ce chapitre, on se place systématiquement en conditions de champ lointain où le champ électrique comporte deux composantes orthogonales. Le régime est entretenu, et ces composantes sont traitées comme des processus aléatoires centrés, stationnaires et ergodiques au second ordre. Notre étude s'est jusqu'à présent limitée à ce qu'il est convenu d'appeler la cohérence du premier ordre.

En suivant l'ordre chronologique, nous commençons modestement au § 5.2 avec la réduction du DOP de la lumière captée par un système optique dont l'ouverture dépasse la taille du grain de speckle. Viennent ensuite (§ 5.3 et annexe A.5) les résultats phares sur la repolarisation – l'augmentation du DOP – par diffusion. Nous cherchons actuellement à réitérer ce succès avec la cohérence temporelle. Au § 5.4, je présente les outils qui nous permettent de lier le temps de cohérence diffracté à la cohérence et à la polarisation incidentes. Au § 5.5, la prise en compte de la variation spectrale des coefficients de diffusion est abordée. Les résultats obtenus viennent compléter ceux présentés au § 5.3.

5.2 Speckle intégré

Notons E_x et E_y les signaux analytiques des composantes du champ électrique dans un système de coordonnées cartésiennes où l'axe z coïncide avec la direction de propagation. Il est commode d'exprimer le DOP \mathcal{P} en fonction du coefficient de corrélation μ et du

rapport de polarisation β :

$$\mu = \frac{\langle E_x E_y^* \rangle}{\sqrt{\langle |E_x|^2 \rangle \langle |E_y|^2 \rangle}} \quad \beta = \frac{\langle |E_y|^2 \rangle}{\langle |E_x|^2 \rangle} \quad \mathcal{P} = \sqrt{1 + \frac{4\beta}{(1+\beta)^2}(|\mu|^2 - 1)} \quad (5.2.1)$$

Contrairement à μ et β qui dépendent du choix des directions $\hat{\mathbf{x}}$ et $\hat{\mathbf{y}}$, le DOP est une caractéristique intrinsèque de la lumière. Il a une réalité expérimentale : il s'identifie au meilleur contraste ellipsométrique accessible. La décorrélation des champs $\mu = 0$ n'est pas une condition suffisante pour annuler \mathcal{P} . Il faut encore l'équilibre entre les polarisations $\beta = 1$ pour que la lumière soit (totalement) dépolarisée. Lumière naturelle et lumière dépolarisée sont souvent synonymes. La lumière pleinement polarisée $\mathcal{P} = 1$ correspond aux trois cas $|\mu| = 1$, $\beta = 0$ et $\beta \rightarrow \infty$.

En éclairage cohérent, le champ lointain diffracté par un milieu désordonné comme une surface rugueuse ou des inhomogénéités de volume est parfaitement déterministe, donc pleinement polarisé. Dans le cas d'une surface rugueuse notamment, le champ diffracté a une structure de speckle, dont les grains à la longueur d'onde λ et à une distance R ont une taille majorée approximative par

$$\frac{\lambda R}{L} \quad (5.2.2)$$

inversement proportionnelle à la dimension L de la tache d'éclairement. Si l'ouverture d'un détecteur est trop grande, celui-ci délivre un signal intégré sur plusieurs grains de speckle.

Nous avons utilisé cette propriété pour évaluer par Monte Carlo la surface efficace de diffusion d'une surface rugueuse décrite statistiquement [Saillard 01] (voir chapitre 2 par exemple). On calcule le champ diffracté par un ensemble de réalisations, et la surface efficace est déduite de l'estimation de la variance de ce champ. Le diagramme bistatique obtenu est lisse, et ce résultat statistique peut prédire et être comparé aux mesures, pourvu que le détecteur utilisé ait une ouverture suffisamment grande pour intégrer le speckle.

Pour un système ellipsométrique, une ouverture trop grande est au contraire problématique, car les performances sont dégradées, comme si la polarisation de la lumière

entrante était partielle. Dans les années 70, des résultats fondamentaux ont été obtenus avec les seuls outils de l'Optique statistique [Dainty 75, chap. 2]. Ces résultats ont été réédités depuis dans [Goodman 07], et les numéros de paragraphes et d'équations indiqués par la suite se rapportent à cette référence. Ces résultats portent aussi bien sur le speckle intégré (§ G4.6) que sur la diffraction surfacique (§ G4.5.4 et G4.5.5). Il y est fait grand usage du modèle du speckle pleinement développé, où le champ diffracté hors spéculaire est une variable aléatoire complexe gaussienne circulaire, et qui est valable pour les surfaces très rugueuses. Dans le cas du speckle partiellement développé, dont l'exemple canonique est la diffraction surfacique par une rugosité modérée, Goodman reconnaît toutefois :

The [...] case can still be analyzed in principle, but the results are difficult to apply in practice.

Ainsi, le DOP intégré, c'est-à-dire avec prise en compte de l'ouverture du système optique, n'avait jamais été explicitement relié aux paramètres de rugosité, verticalement la hauteur quadratique moyenne h et horizontalement le rayon de corrélation ℓ . C'est ce que M. Zerrad, C. Amra et moi avons fait dans l'article [Zerrad 10] à l'aide de modélisations rigoureuses de la diffraction d'une onde électromagnétique harmonique par des surfaces rugueuses unidimensionnelles. Les coefficients complexes de diffusion (ν_S, ν_P) pour les deux cas fondamentaux de polarisation S et P sont évalués en incidence normale. C'est la méthode des moments (MoM) sur des profils longs d'un millier de longueurs d'onde qui est utilisée. Avec de telles longueurs, le faisceau incident est assimilable à une onde plane. Dans les formules (5.2.1) du DOP, les champs (E_x, E_y) sont identifiés aux coefficients de diffusion (ν_S, ν_P) , ce qui correspond à une onde incidente sur la surface polarisée linéairement à 45° entre les directions S et P . Les moyennes sont réinterprétées en intégrations angulaires sur l'ouverture du détecteur.

Les hauteurs des surfaces d'aluminium à $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ y sont des réalisations de processus aléatoires à corrélation gaussienne et à distribution normale. La longueur de corrélation est fixée à $\ell = 100 \text{ nm}$ et la hauteur quadratique moyenne varie entre 1 et 100 nm. C'est l'occasion de réaliser une étude des distributions du rapport de polarisation

β et du déphasage polarimétrique δ

$$\beta = \frac{\langle |E_P|^2 \rangle}{\langle |E_S|^2 \rangle} \quad \delta = \text{Arg} \left(\frac{E_P}{E_S} \right) \quad (5.2.3)$$

et de la répartition des états de polarisation du champ diffracté sur la sphère de Poincaré [Brosseau 98]. Le déphasage polarimétrique δ a déjà été identifié comme un paramètre permettant de différencier diffusion surfacique et diffusion volumique. Finalement, le DOP (5.2.1) est tracé en fonction du nombre de grains de speckle pour les différentes valeurs de h .

5.3 Repolarisation

La lumière naturelle peut être polarisée à l'aide d'un polariseur linéaire, ou par réflexion brewsterienne sur un dioptre plan. Un autre phénomène de repolarisation, par focalisation [Lindfors 05], a été récemment publié. Nous avons étudié le DOP d'une lumière complexe diffractée par un milieu très désordonné et diffusant. Dans l'article [Sorrentini 11], des mesures ont été effectuées avec la lumière d'un laser dépolarisé sur un étalon de diffusion utilisé pour calibrer les instruments optiques. L'utilisation d'une caméra CCD a permis le tracé d'une carte du DOP sur un secteur angulaire en champ lointain. La distribution du DOP estimée à partir de ces données fait apparaître une loi très simple :

$$f(\mathcal{P}) = 3\mathcal{P}^2 \quad (5.3.1)$$

et très générale puisqu'indépendante de tout paramètre caractérisant le milieu diffusant. Malgré une valeur moyenne élevée (3/4), cette loi correspond en fait à une situation de désordre maximum associée à une distribution volumique uniforme de l'état de polarisation dans la représentation de Poincaré [Réfrégier 12].

Une lumière partiellement polarisée peut être décrite de différentes manières. La matrice de polarisation $\bar{\bar{J}}$ est définie comme

$$\bar{\bar{J}} = \frac{\mathcal{I}}{1 + \beta} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{\beta}\mu \\ \sqrt{\beta}\mu^* & \beta \end{bmatrix} \quad \mathcal{I} = \langle |E_S|^2 + |E_P|^2 \rangle \quad (5.3.2)$$

Carrée d'ordre 2 et hermitienne, sa diagonalisation permet d'isoler les parties pleinement polarisée et totalement dépolarisée d'une lumière partiellement polarisée. L'ellipse de polarisation de la première partie peut être caractérisée par deux angles, l'inclinaison ψ et l'ellipticité χ . La représentation de Poincaré attribuée à un état de polarisation partielle un point M de l'espace repéré par ses coordonnées sphériques. Le rayon OM correspond au produit \mathcal{IP} , tandis que longitude et latitude s'identifient respectivement à 2ψ et 2χ . Ainsi, l'ensemble des états totalement polarisés forme la sphère de rayon \mathcal{I} , et toute lumière partiellement polarisée est représentée par un point intérieur à cette sphère de Poincaré. Se déduit de nos résultats que pour une lumière totalement dépolarisée, puis totalement diffusée, chaque point-état de polarisation dans le *volume* délimité par la sphère de Poincaré est équiprobable.

Dans [Sorrentini 11], la loi (5.3.1) est retrouvée avec le modèle phénoménologique de Goodman du speckle pleinement développé [Goodman 07, chap. 2]. Des coefficients croisés de diffusion y sont introduits, conformément aux prédictions électromagnétiques. Chacun des quatre coefficients $(\nu_{SS}, \nu_{SP}, \nu_{PS}, \nu_{PP})$ de la matrice de diffusion y est modélisé par un ensemble de diffuseurs ponctuels d'égale amplitude et de phases aléatoires, indépendantes et uniformément distribuées, régulièrement répartis sur un plan. Les notations S et P sont conservées, même si ce modèle n'est pas lié au choix d'un système d'axes dans le plan de polarisation. En rapprochant les paramètres de ce modèle au plus près de l'expérience, la carte de DOP est rendue identique à la mesure (figure 2, annexe A.5). Ce phénomène de repolarisation est lié à l'existence de coefficients de diffusion croisée ν_{SP} et ν_{PS} comparables en magnitude aux coefficients co-polarisés ν_{SS} et ν_{PP} . De tels coefficients, caractéristiques de la diffusion tridimensionnelle des ondes vectorielles, ne se rencontrent que dans les régimes de plus forte diffusion.

Une modélisation plus fine de la repolarisation pour des milieux très diffusants n'est pas chose aisée. On pense en particulier à concevoir une surface rugueuse qui repolariserait complètement la lumière dans une ou même plusieurs directions prescrites. Pour une lumière incidente dépolarisée, la pleine polarisation ($\mathcal{P} = 1$) du champ diffracté s'obtient

à la condition suffisante :

$$\nu_{SS}\nu_{PP} = \nu_{SP}\nu_{PS} \quad (5.3.3)$$

c'est-à-dire si le produit complexe des coefficients co-polarisés de la matrice de diffraction est égal au produit des coefficients en polarisation croisée. On a vérifié que cette égalité ne peut être vérifiée par les matrices de polarisation de Bragg (méthode perturbative au premier ordre) et de Kirchhoff (approximation de Kirchhoff-plan tangent et Optique géométrique) [Elfouhaily 04]. C'était prévisible, car le niveau de diffusion associé modèle du speckle pleinement développé nous situe largement en dehors du domaine de validité des méthodes de diffusion simple précédemment citées.

Cette étude sur la repolarisation d'une lumière totalement dépolarisée par un milieu très diffusant a été récemment généralisée au cas d'une lumière partiellement polarisée dans [Zerrad 13]. Les coefficients (β, μ) de la lumière diffractée, qui rentrent dans l'expression (5.2.1) du DOP, y sont directement reliés à leurs homologues (β_0, μ_0) pour la lumière incidente, et aux quatre coefficients de diffusion $(\nu_{SS}, \nu_{SP}, \nu_{PS}, \nu_{PP})$ caractérisant le milieu. Ce qui est remarquable, c'est que la repolarisation se fait sans aucune référence à la cohérence temporelle de la lumière incidente. Ainsi, ce phénomène n'est pas rattaché, aussi bien qualitativement que quantitativement, au régime quasi-monochromatique. La seule entorse à la rigueur des expressions publiées concerne les coefficients de diffusion, qui sont supposés constants sur la largeur spectrale de la lumière. Cette contrainte est relâchée au paragraphe 5.5.

5.4 Cohérence temporelle

Jusqu'à présent, les composantes du champ deux à deux corrélées étaient prises au même instant. Dans les expériences d'interférométrie, à division du front d'onde notamment, un décalage temporel τ est introduit. Des franges apparaissent lorsqu'on fait varier τ . Ces franges gardent une bonne visibilité tant que τ est plus petit que le temps de cohérence $\Delta\tau$ de la lumière. Il est donc intéressant d'étudier comment cette grandeur est affectée par un processus de diffusion.

L'étude de la cohérence temporelle du champ diffracté par un milieu diffusant impose l'utilisation d'un formalisme plus lourd qu'aux paragraphes précédents. On définit ainsi la matrice de cohérence temporelle d'une lumière :

$$\bar{\bar{\Gamma}}(\tau) = \langle \bar{E}^*(t) \bar{E}^T(t + \tau) \rangle \quad \bar{E}(t) = \begin{bmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{bmatrix} \quad (5.4.1)$$

en corrélant deux à deux les composantes du champ à deux instants décalés de τ . Elle porte les informations de cohérence temporelle de la lumière dans sa trace $\mathcal{T}(\tau)$. Cette grandeur, souvent identifiable à une intensité dans une expérience interférométrique, est un invariant de la matrice, indépendant du choix des axes $\hat{\mathbf{x}}$ et $\hat{\mathbf{y}}$. Le temps de cohérence $\Delta\tau$ la largeur du module de cette trace. Différentes expressions coexistent pour cette largeur, mais par définition, \mathcal{T} et donc $\Delta\tau$ sont insensibles à la valeur des termes extra-diagonaux de la matrice de cohérence.

La polarisation de cette lumière est caractérisée par la valeur à décalage temporel nul de la matrice de cohérence, puisqu'elle coïncide alors avec la matrice de polarisation $\bar{\bar{J}} = \bar{\bar{\Gamma}}(\tau = 0)$. Le DOP vaut ainsi

$$\mathcal{P} = \sqrt{1 - \frac{4\mathcal{D}(0)}{\mathcal{T}(0)^2}} \quad (5.4.2)$$

en notant $\mathcal{D}(\tau)$ le déterminant de la matrice de cohérence, second invariant de cette matrice. Ce paramètre est bien sûr insensible à l'évolution temporelle de la matrice de cohérence.

Champs incident et diffracté sont reliés par la matrice de diffusion

$$\bar{E}_d = \bar{\bar{\nu}} \bar{E}_i \quad \bar{\bar{\nu}} = \begin{bmatrix} \nu_{xx} & \nu_{xy} \\ \nu_{yx} & \nu_{yy} \end{bmatrix} \quad (5.4.3)$$

supposée encore une fois constante sur la largeur spectrale $\Delta\omega \geq \frac{1}{2\Delta\tau}$. Cette matrice, de déterminant noté \mathcal{D}_ν , permet d'exprimer le déterminant $\mathcal{D}_d(\tau)$ et la trace $\mathcal{T}_d(\tau)$ de la matrice de cohérence diffractée en fonction de la matrice de cohérence incidente $\bar{\bar{\Gamma}}_i(\tau)$ et de son déterminant $\mathcal{D}_i(\tau)$.

$$\mathcal{D}_d(\tau) = |\mathcal{D}_\nu|^2 \mathcal{D}_i(\tau) \quad \mathcal{T}_d(\tau) = \text{Tr} \left(\bar{\bar{M}} \bar{\bar{\Gamma}}_i(\tau) \right) \quad \bar{\bar{M}} = \bar{\bar{\nu}}^* \bar{\bar{\nu}}^T \quad (5.4.4)$$

On peut en déduire encore une fois (§ 5.3) que le DOP diffracté ne dépend pas de la cohérence temporelle incidente. Par contre, dans le cas général, la cohérence temporelle diffractée varie tout à la fois avec la polarisation et la cohérence temporelle incidentes. Ce sont les termes extra-diagonaux de la matrice $\bar{\bar{M}}$, proportionnels aux coefficients croisés de la matrice de diffusion, qui font intervenir les termes extra-diagonaux de la matrice de cohérence incidente dans la valeur de la trace de la matrice de cohérence diffractée.

Dans [Soriano 13], nous proposons un modèle analytique pour cette partie extra-diagonale de la matrice de cohérence du champ incident. Avec des matrices de diffusion encore une fois fournies par le modèle de Goodman, nous présentons des cartes du temps de cohérence de la lumière diffractée, et les distributions statistiques associées pour divers degrés de polarisation incidente. Suivant ce modèle, le temps de cohérence diffracté vaut toujours en moyenne le temps de cohérence incident. Les variations sont modestes : l'écart-type atteint au plus 13,5% de la valeur moyenne. Théoriquement et numériquement, cet écart-type tend vers zéro et les deux temps coïncident dans les deux cas extrêmes d'une lumière incidente totalement polarisée et totalement dépolarisée.

Ces résultats théoriques restent en attente d'une validation expérimentale. En effet, il semble que la mesure du temps de cohérence dans les grains de speckle soit pour l'instant hors de portée.

5.5 Dépolarisation

Au paragraphe 5.2, nous avons vu un premier effet de dépolarisation, que l'on peut qualifier de spatial ou encore de subjectif, lorsque l'ouverture d'un capteur n'est plus négligeable devant la taille des grains de speckle. Nous nous intéressons maintenant au cas où les coefficients de diffusion varient rapidement avec la fréquence sur la largeur spectrale de la lumière incidente.

Ici, une approche spectrale est naturellement plus appropriée que la description tem-

porelle qui a prévalu au paragraphe précédent. La matrice densité spectrale

$$\bar{\bar{W}}(\omega) = \int \bar{\bar{\Gamma}}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (5.5.1)$$

est la transformée de Fourier de la matrice de cohérence, et contient les mêmes informations de polarisation et de cohérence que cette dernière. Pour un milieu désordonné mais déterministe, on montre que la matrice de diffusion $\bar{\bar{\nu}}(\omega)$, maintenant variant spectralement, relie matrices densités spectrales des lumières incidente et diffractée

$$\bar{\bar{W}}_d(\omega) = \bar{\bar{\nu}}^*(\omega) \bar{\bar{W}}_i(\omega) \bar{\bar{\nu}}^T(\omega) \quad (5.5.2)$$

Cette formule très simple est le cadre théorique qui va nous permettre d'étudier l'impact des variations spectrales des coefficients de diffusion sur la polarisation et la cohérence temporelle de la lumière diffusée.

On peut citer comme première origine à ces variations spectrales le caractère dispersif du milieu diffusant. Toutefois, loin des résonances des caractéristiques électromagnétiques du milieu, cette contribution sera lentement variable avec la fréquence. En régime de diffusion simple, le champ diffracté lointain dépend de la différence des vecteurs d'onde diffracté et incident. Il s'en suit une dépendance fréquentielle des coefficients de diffusion, mais qui reste faible si la largeur spectrale de la source est petite devant la fréquence centrale. De manière générale et en particulier pour les milieux fortement diffusants, il est bien difficile de trouver des informations expérimentales ou théoriques sur la vitesse caractéristique de variation des coefficients de diffusion avec la fréquence.

Le modèle de Goodman permet à l'aide de diffuseurs ponctuels indépendants répartis sur une grille spatiale bidimensionnelle régulière d'obtenir un speckle pleinement développé, dont la taille du grain est contrôlé. Toutefois, comme rien ne vient prédire une éventuelle variation spectrale de ces diffuseurs, le modèle est monochromatique par essence. Nous avons proposé une extension heuristique du modèle de Goodman au domaine spectral, pour étudier le degré de polarisation de la lumière diffractée en fonction du rapport R entre la largeur spectrale de la lumière incidente et la longueur de corrélation spectrale des coefficients de diffusion :

$$R = \frac{\Delta\omega_i}{\Delta\omega_\nu} \quad (5.5.3)$$

Ce modèle permet une étude très complète. Il permet tout d'abord de quantifier la dépolarisation en fonction de R d'une lumière incidente parfaitement polarisée, sur une ligne verticale à l'extrême droite de la figure 5.1. Le DOP diffracté moyen passe ainsi de 1 pour $R = 1/10$ à environ $1/3$ pour $R = 10$. Ensuite, la variation spectrale des coefficients

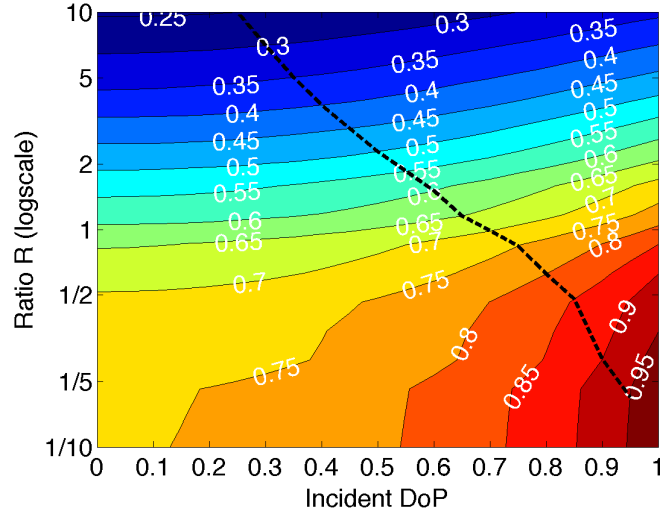


FIGURE 5.1 – DOP diffracté moyen en fonction du rapport R et du DOP incident.

de diffusion vient amoindrir le phénomène de repolarisation de la lumière totalement dépolarisée décrit au paragraphe 5.3 (ligne verticale à l'extrême gauche de la figure 5.1. Théoriquement égal à $3/4$ pour $R \rightarrow \infty$, le DOP diffracté moyen calculé est très légèrement inférieur à cette valeur pour $R = 1/10$, et descend avec R augmentant, ici jusqu'à $1/4$ pour $R = 10$. Enfin, pour une lumière incidente partiellement polarisée, ce modèle permet de déterminer la limite entre dépolarisation et repolarisation. Sur une verticale correspondant au DOP incident, les valeurs de R en dessous (respectivement au dessus) de la courbe noire en pointillés correspondent à une repolarisation (respectivement à une dépolarisation).

Nous comptons prochainement confronter ce modèle à l'expérience sur les tables optiques de l'équipe CONCEPT, à l'aide d'une source à super-continuum notamment.

5.6 Perspectives

Ces premiers résultats d'Optique statistique sont très encourageants. On remarque que les plus grandes réussites sont fondées sur un modèle de diffusion phénoménologique très simple, le modèle de Goodman, plutôt que sur des calculs électromagnétiques rigoureux. La comparaison expérience-théorie sur la repolarisation, en figure 2 de l'annexe A.5, est à ce titre particulièrement impressionnante. Ce genre de modèle permet de tirer des informations sur une large classe de diffuseurs, reléguant les simulations numériques comme la MoM aux études paramétriques et autres tâches périphériques. C'est plutôt notre vision d'électromagnéticiens qui joué un rôle majeur, notamment quant à l'introduction des coefficients croisés de diffusion.

Dans le cas d'une lumière stationnaire, la transformée de Fourier temporelle du champ optique n'est pas défini au sens classique. Il faut se rabattre sur une *description spectrale* du champ, appelée représentation au premier ordre.

$$\bar{E}(\omega) = \begin{bmatrix} E_x(\omega) \\ E_y(\omega) \end{bmatrix} \quad \langle \bar{E}^*(\omega) \bar{E}^T(\omega) \rangle = \bar{\bar{W}}(\omega) \quad (5.6.1)$$

La transformée de Fourier temporelle de la matrice de cohérence temporelle $\bar{\bar{\Gamma}}(\tau)$ reste la matrice de cohérence spectrale $\bar{\bar{W}}(\omega)$.

E. Wolf a proposé une représentation au premier ordre qui intègre polarisation, cohérence temporelle et aussi cohérence spatiale. Cette *représentation en modes cohérents* spatialement a d'abord été écrite dans un cadre scalaire [Wolf 82], puis étendu au cas électromagnétique. Nous avons jusqu'à présent délaissé cette troisième cohérence, indispensable à l'étude des interférences par division du front d'onde, en considérant que le champ incident avait une structure d'onde plane au niveau du milieu diffusant. Expérimentalement toutefois, les sources employées sont des faisceaux laser traversant un certain nombre d'éléments optiques avant d'éclairer nos milieux diffusants. Il est bien sûr illusoire d'en espérer une cohérence spatiale parfaite.

Des approches pour simuler numériquement des ensembles de modes cohérents ont déjà été publiées par plusieurs équipes (se conférer pour la bibliographie au § 9 de [Gbur 11]).

Il faut pouvoir générer un ensemble de champs électromagnétiques harmoniques d'amplitudes complexes $\bar{E}(\omega)$ pour les différentes pulsations couvrant la largeur spectrale de la lumière. La moyenne d'ensemble $\langle \bar{E}^*(\omega) \bar{E}^T(\omega) \rangle$ doit coïncider à toutes ces pulsations avec la matrice de cohérence spectrale $\bar{W}(\omega)$. Ici encore, ce sont les termes extra-diagonaux qui sont problématiques. En effet, s'il est assez classique de produire deux signaux $E_x(\omega)$ et $E_y(\omega)$ à autocorrélations commandées, il est nettement moins aisé de contrôler leur intercorrélations $\langle E_x^*(\omega) E_y^T(\omega) \rangle$.

La valeur même de ces intercorrélations, les termes extra-diagonaux de la matrice de cohérence, est mal connue. Malgré l'existence d'une technique de mesure pour ces termes [Wolf 07], et quand ils ne sont pas simplement mis à zéro, c'est le modèle de Schell [Schell 67] gaussien [Baltes 77] qui est systématiquement utilisé. Une importante littérature existe sur ce modèle de source partiellement cohérente et les faisceaux qui lui sont associés, qu'il nous reste à défricher. Nous devons déterminer s'il paraît réaliste de travailler et publier sur un sujet aussi avancé et nouveau pour nous.

Une autre voie de recherche sur cette thématique est d'étendre notre étude des liens entre polarisation et diffusion des milieux désordonnés aux milieux anisotropes. Peut-on utiliser l'anisotropie de certains milieux pour repolariser la lumière? Nous gardons en tête que les milieux biologiques sont généralement anisotropes. Enfin, l'anisotropie est la porte ouverte à l'électromagnétisme transformationnel, qui est une des thématiques de l'équipe CONCEPT. D'ailleurs, l'intérêt numérique de *transformer* une surface rugueuse en une couche inhomogène et anisotrope a été récemment montré [Ozgun 13].

A l'institut Fresnel, P. Réfrégier [Réfrégier 93], M. Roche et A. Roueff de l'équipe Phyti¹ travaillent de longue date sur la polarisation et la cohérence optique [Réfrégier 07]. Ils ont abordé de nombreux sujets théoriques, comme la recherche de symétries et d'invariants. Des définitions alternatives aux degrés de cohérence et polarisation ont notamment été proposées, pour prendre en compte d'autres réalités physiques que le contraste interférométrique ou ellipsométrique. P. Réfrégier, F. Goudail et P. Chavel ont contribué à

1. Site web <http://www.fresnel.fr/spip/spip.php?rubrique222>

l'étude entropique de la lumière partiellement polarisée [Réfrégier 04]. Les effets sur la cohérence de la lumière de matrices de Jones aléatoires [Réfrégier 08a] ou de transformations unitaires aléatoires [Réfrégier 08b] ont déjà été étudiés. Ces résultats pourraient être adaptés à des cas où la diffusion des ondes électromagnétiques par des milieux réalistes peut être modélisée rigoureusement, en particulier dans des conditions où l'énergie est globalement conservée.

Bibliographie

- [Afifi 12] S. Afifi & R. Dusséaux. *Scattering by anisotropic rough layered 2D interfaces*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 60, pages 5315–5328, nov 2012.
- [Aït Braham 08] K. Aït Braham, R. Dusséaux & G. Granet. *Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional perfectly conducting random rough surfaces—study with the curvilinear coordinate method*. Waves in random and complex media, vol. 18, no. 2, pages 255–274, 2008.
- [Amra 87] C. Amra, P. Roche & E. Pelletier. *Interface roughness cross-correlation laws deduced from scattering diagram measurements on optical multilayers: effect of the material grain size*. JOSA B, vol. 4, no. 7, pages 1087–1093, 1987.
- [Arhab 11] S. Arhab, G. Soriano, K. Belkebir, A. Sentenac & H. Giovannini. *Full wave optical profilometry*. JOSA A, vol. 28, no. 4, pages 576–580, 2011.
- [Arhab 12a] S. Arhab. *Profilométrie optique par méthode inverse de diffraction électromagnétique*. PhD thesis, Université d’Aix-Marseille, oct 2012.
- [Arhab 12b] S. Arhab, H. Giovannini, K. Belkebir & G. Soriano. *Full polarization optical profilometry*. JOSA A, vol. 29, no. 8, pages 1508–1515, 2012.
- [Arhab 13] S. Arhab, G. Soriano, Y. Ruan, G. Maire, A. Talneau, D. Sentenac, P. Chaumet, K. Belkebir & H. Giovannini. *Nanometric resolution*

- with far-field optical profilometry.* Phys. Rev. Lett, vol. 111, page 053902, 2013.
- [Bahar 83] E. Bahar, D. Barrick & M. Fitzwater. *Computations of scattering cross sections for composite surfaces and the specification of the wavenumber where spectral splitting occurs.* Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 31, no. 5, pages 698–709, 1983.
- [Baltes 77] H.P. Baltes & B. Steinle. *Radiometry with fields of large coherence area.* Il Nuovo Cimento B Series 11, vol. 41, no. 2, pages 428–440, 1977.
- [Barrick 68a] D.E. Barrick. *Relationship between slope probability density function and the physical optics integral in rough surface scattering.* Proceedings of the IEEE, vol. 56, no. 10, pages 1728–1729, 1968.
- [Barrick 68b] D.E. Barrick. *Rough surface scattering based on the specular point theory.* Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 16, no. 4, pages 449–454, 1968.
- [Barrick 72] D. E. Barrick. *First-order theory and analysis of MF/HF/VHF scatter from the sea.* IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 20, pages 2–10, 1972.
- [Barrick 77] D. E. Barrick & B. L. Weber. *On the nonlinear theory for gravity waves on the ocean's surface. Part II: Interpretation and applications.* J. Phys. Oceanogr., vol. 7, pages 11–21, 1977.
- [Barrick 95] D. E. Barrick. *Near-grazing illumination and shadowing of rough surfaces.* Radio Science, vol. 30, pages 563–580, May 1995.
- [Beckmann 63] P. Beckmann & A. Spizzichino. *The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces.* International series of monographs on electromagnetic waves. Pergamon Press, 1963.
- [Beckmann 73] P. Beckmann. *Scattering by Non-Gaussian Surfaces.* IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 21, pages 169–175, 1973.

- [Belkebir 01] K. Belkebir & A.G. Tijhuis. *Modified2 gradient method and modified Born method for solving a two-dimensional inverse scattering problem*. Inverse Problems, vol. 17, no. 6, page 1671, 2001.
- [Belkebir 03] K. Belkebir & A. Sentenac. *High-resolution optical diffraction microscopy*. Journal of the Optical Society of America A, vol. 20, no. 7, pages 1223–1229, 2003.
- [Bourlier 02] C. Bourlier, G. Berginc & J. Saillard. *One-and two-dimensional shadowing functions for any height and slope stationary uncorrelated surface in the monostatic and bistatic configurations*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 50, no. 3, pages 312–324, 2002.
- [Bourlier 04] C. Bourlier. *Azimuthal harmonic coefficients of the microwave backscattering from a non-Gaussian ocean surface with the first-order SSA model*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 42, no. 11, pages 2600–2611, 2004.
- [Bourlier 05] C. Bourlier, N. Déchamps & G. Berginc. *Comparison of asymptotic backscattering models (SSA, WCA, and LCA) from one-dimensional Gaussian ocean-like surfaces*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 53, no. 5, pages 1640–1652, 2005.
- [Bourlier 08] C. Bourlier, G. Kubické & N. Déchamps. *Fast method to compute scattering by a buried object under a randomly rough surface: PILE combined with FB-SA*. JOSA A, vol. 25, no. 4, pages 891–902, 2008.
- [Braunisch 00] H. Braunisch, Y. Zhang, C. O. Ao, S. E. Shih, Y. E. Yang, K. H. Ding & J. A. Kong. *Tapered wave with dominant polarization state for all angles of incidence*. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 48, pages 1086–1096, 2000.
- [Brezinski 06] C. Brezinski. Méthodes numériques itératives: Algèbre linéaire et non linéaire. Ellipses, 2006.

- [Bringer 12a] A. Bringer. *Description statistique de la surface océanique et mesures conjointes micro-onde : une approche cohérente*. Télédétection et océanographie, Université du Sud Toulon Var, Avenue de l'Université, BP 20132, 83957 La Garde, France, 2012.
- [Bringer 12b] A. Bringer, C.-A. Guérin, B. Chapron & A. Mouche. *Peakedness effects in near-nadir radar observations of the sea surface*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 50, no. 9, pages 3293–3301, 2012.
- [Brissonneau 11] V. Brissonneau, L. Escoubas, F. Flory, G. Berginc, G. Maire & H. Giovannini. *Laser assisted fabrication of random rough surfaces for optoelectronics*. Applied Surface Science, 2011.
- [Brosseau 91] C. Brosseau & R. Barakat. *Jones and Mueller polarization matrices for random media*. Optics communications, vol. 84, no. 3, pages 127–132, 1991.
- [Brosseau 98] C. Brosseau. *Fundamentals of polarized light: a statistical optics approach*. Wiley New York, 1998.
- [Chandezon 80] J. Chandezon, G. Raoult & D. Maystre. *A new theoretical method for diffraction gratings and its numerical application*. Journal of Optics, vol. 11, no. 4, page 235, 1980.
- [Chen 95] R. Chen & J. C. West. *Analysis of scattering from rough surfaces at large incidence angles using a periodic-surface moment method*. IEEE Trans. Geophys. Remote Sensing, vol. 33, no. 5, pages 1206–1213, September 1995.
- [Chew 01] W.C. Chew, E. Michielssen, JM Song & JM Jin. *Fast and efficient algorithms in computational electromagnetics*. Artech House, Inc., 2001.
- [Chew 08] W.C. Chew, M.S. Tong & B. Hu. *Integral Equation Methods for Electromagnetic and Elastic Waves*. Morgan & Claypool, 2008.

- [Chou 98] H.-T. Chou & J.T. Johnson. *A novel acceleration algorithm for the computation of scattering from rough surfaces with the forward-backward method*. Radio Science, vol. 33, no. 5, pages 1277–1287, 1998.
- [Colton 83] D. Colton & R. Kress. *Integral Equations in Scattering Theory*. Wiley-Interscience, New York, 1983.
- [Cox 54] C. Cox & W. Munk. *Measurement of the Roughness of the Sea Surface from Photographs of the Sun's Glitter*. JOSA, vol. 44, no. 11, pages 838–850, 1954.
- [Creamer 89] D. B. Creamer, F. Henyey, R. Schult & J. Wright. *Improved linear representation of ocean surface waves*. J. Fluid Mech., vol. 205, pages 135–161, 1989.
- [Crombie 55] D. D. Crombie. *Doppler spectrum of sea echo at 13.56 Mc/s*. Nature, vol. 175, pages 681–682, 1955.
- [Dainty 75] John Dainty, Anthony Ennos, Maurice Françon, Joseph Goodman, Thomas McKechnie, Gareth Parry & J. Goodman. *Statistical properties of laser speckle patterns*. In *Laser Speckle and Related Phenomena*, volume 9 of *Topics in Applied Physics*, pages 9–75. Springer Berlin / Heidelberg, 1975.
- [Dashen 91] R. Dashen & D. Wurmser. *Approximate representations of the scattering amplitude*. Journal of mathematical physics, vol. 32, page 986, 1991.
- [de Abajo 98] FJ García de Abajo & A Howie. *Relativistic electron energy loss and electron-induced photon emission in inhomogeneous dielectrics*. Physical review letters, vol. 80, no. 23, page 5180, 1998.
- [Demir 12] M.A. Demir, J.T. Johnson & T.J. Zajdel. *A study of the fourth-order small perturbation method for scattering from two-layer rough surfaces*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 50, no. 9, pages 3374–3382, 2012.

- [DeSanto 93] JA DeSanto. *A new formulation of electromagnetic scattering from rough dielectric interfaces*. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, vol. 7, no. 10, pages 1293–1306, 1993.
- [Déchamps 06] N. Déchamps, N. de Beaucoudrey, C. Bourlier & S. Toutain. *Fast numerical method for electromagnetic scattering by rough layered interfaces: Propagation-inside-layer expansion method*. JOSA A, vol. 23, no. 2, pages 359–369, 2006.
- [Elfouhaily 97] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros & D. Vandemark. *A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves*. Journal of Geophysical Research, vol. 102, no. C7, pages 15781–15796, 1997.
- [Elfouhaily 99a] T. Elfouhaily, D. Thompson, D. Vandemark & B. Chapron. *Weakly nonlinear theory and sea state bias estimations*. Journal of Geophysical Research: Oceans (1978–2012), vol. 104, no. C4, pages 7641–7647, 1999.
- [Elfouhaily 99b] T. Elfouhaily, D. R. Thompson, D. Vandemark & B. Chapron. *A new bistatic model for electromagnetic scattering from perfectly conducting surfaces*. Waves Random Media, vol. 9, pages 281–294, 1999.
- [Elfouhaily 03] T. Elfouhaily, S. Guignard, Ra'ïd Awadallah & D.R. Thompson. *Local and non-local curvature approximation: a new asymptotic theory for wave scattering*. Waves in Random Media, vol. 13, no. 4, pages 321–337, 2003.
- [Elfouhaily 04] T. Elfouhaily & C. A. Guérin. *A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces*. Waves in Random Media, vol. 14, pages R1–R40, 2004.
- [Ellison 98] W. Ellison, A. Balana, G. Delbos, K. Lamkaouchi, L. Eymard, C. Guillou & C. Prigent. *New permittivity measurements of seawater*. Radio science, vol. 33, no. 3, pages 639–648, 1998.
- [Fall 13] M. Fall, S. Boutami, A. Glière, B. Stout & J. Hazart. *Multilevel fast multipole method based on a potential formulation for 3D electroma-*

- getic scattering problems*. JOSA A, vol. 30, no. 6, pages 1273–1280, 2013.
- [Gbur 11] G. Gbur & T.D. Visser. *The structure of partially coherent fields*. Progress in optics, vol. 55, page 285, 2011.
- [Ghiglia 98] D.C. Ghiglia & M.D. Pritt. *Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software*. Wiley New York, 1998.
- [Glauber 63] R.J. Glauber. *The quantum theory of optical coherence*. Physical Review, vol. 130, no. 6, page 2529, 1963.
- [Goldstein 88] R.M. Goldstein, H.A. Zebker & C.L. Werner. *Satellite radar interferometry: two-dimensional phase unwrapping*. Radio Science, vol. 23, no. 4, pages 713–720, 1988.
- [Goodman 85] J.W. Goodman. *Statistical optics*. New York, Wiley-Interscience, 1985, 567 p., vol. 1, 1985.
- [Goodman 07] J.W. Goodman. *Speckle phenomena in optics: theory and applications*. Roberts & Co, 2007.
- [Guérin 04] C.-A Guérin, G. Soriano & T. Elfouhaily. *Weighted curvature approximation: numerical tests for 2D dielectric surfaces*. Waves in random media, vol. 14, no. 3, pages 349–363, 2004.
- [Guérin 10] C.-A. Guérin, G. Soriano & B. Chapron. *The weighted curvature approximation in scattering from sea surfaces*. Waves in Random and Complex Media, vol. 20, no. 3, pages 364–384, 2010.
- [Harrington 68] R.F. Harrington. *Field computation by moment methods*. Macmillan (New York), 1968.
- [Holliday 96] D. Holliday, L. L. DeRaad & G. J. St-Cyr. *Forward-backward: a new method for computing low-grazing angle scattering*. IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 44, pages 722–729, 1996.

- [Huang 06] Z. Huang, J.E. Carey, M. Liu, X. Guo, E. Mazur & J.C. Campbell. *Microstructured silicon photodetector*. Applied physics letters, vol. 89, no. 3, pages 033506–033506, 2006.
- [Johnson 98a] J. T. Johnson. *A numerical study of low-grazing-angle backscatter from ocean-like impedance surfaces with the canonical grid method*. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 46, pages 114–120, 1998.
- [Johnson 98b] J. T. Johnson, R. T. Shin an J. A. Kong, L. Tsang & K. Pak. *A numerical study of the composite surface model for ocean backscattering*. IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 36, pages 72–83, 1998.
- [Johnson 01] J. T. Johnson, J. V. Toporkov & G. S. Brown. *A numerical study of backscattering from time-evolving sea surfaces: comparison of hydrodynamic models*. IEEE Trans Geosc. Remote Sensing, vol. 11, pages 2411–2420, 2001.
- [Johnson 02] J.T. Johnson. *A numerical study of scattering from an object above a rough surface*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 50, no. 10, pages 1361–1367, 2002.
- [Kapp 96] D. A. Kapp & G. Brown. *A new numerical method for rough surface scattering calculations*. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 44, pages 711–721, 1996.
- [Khairi 13] R. Khairi. *Modélisation de la diffusion EM par les vagues côtières déferlantes observées en champ proche*. PhD thesis, Université de Bretagne Occidentale, mar 2013.
- [Kouali 12] M. Kouali, C. Bourlier & G. Kubické. *Scattering from an object above a rough surface using the Extended PILE method hybridized with PO approximation*. In Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), 2012 IEEE, pages 1–2. IEEE, 2012.
- [Kubické 08] G Kubické, C Bourlier & J Saillard. *Scattering by an object above a randomly rough surface from a fast numerical method: Extended*

- PILE method combined with FB-SA*. Waves in Random and Complex Media, vol. 18, no. 3, pages 495–519, 2008.
- [Kudryavtsev 03a] V. Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal & B. Chapron. *A semiempirical model of the normalized radar cross-section of the sea surface-1. Background model*. Journal Of Geophysical Research Oceans, vol. 108, no. C1, 2003.
- [Kudryavtsev 03b] V. Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal & B. Chapron. *A semiempirical model of the normalized radar cross section of the sea surface, 2. Radar modulation transfer function*. Journal of Geophysical Research (Oceans), vol. 108, page 8055, 2003.
- [Lascaux 93] P. Lascaux & R. Théodor. Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur tome 1: méthodes directes. Masson, 1993.
- [Lascaux 94] P. Lascaux & R. Théodor. Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur tome 2: méthodes itératives. Masson, 1994.
- [Leskova 07] T.A. Leskova, A.A. Maradudin, E.E. Garcia-Guerrero & E.R. Mendez. *Structured surfaces as optical metamaterials*. Metamaterials, vol. 1, no. 1, pages 19–39, 2007.
- [Li 01] S. Q. Li, C. H. Chan, M. Y. Xia, B. Zhang & L. Tsang. *Multi-level expansion of the sparse-matrix canonical grid method for two-dimensional random rough surfaces*. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 47, no. 4, pages 752–763, april 2001.
- [Li 11a] X. Li & X. Xu. *Doppler spectral analysis for time-evolving sea surfaces using second-order small slope approximation*. Systems Engineering and Electronics, Journal of, vol. 22, no. 5, pages 754–759, 2011.
- [Li 11b] X. Li & X. Xu. *Scattering and doppler spectral analysis for two-dimensional linear and nonlinear sea surfaces*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 49, no. 2, pages 603–611, 2011.

- [Lindfors 05] K. Lindfors, T. Setälä, M. Kaivola & A.T. Friberg. *Degree of polarization in tightly focused optical fields*. JOSA A, vol. 22, no. 3, pages 561–568, 2005.
- [Lipa 86] B. J. Lipa & D. E. Barrick. *Extraction of sea state from HF radar sea echo: mathematical theory and modeling*. Radio Science, pages 81–100, January 1986.
- [Liu 96] E.H. Liu & Y. Lamontagne. *Three-dimensional electromagnetic field computation by the multiscalar boundary element method*. Radio Science, vol. 31, no. 2, pages 423–435, 1996.
- [Long 01] M.W. Long. Radar reflectivity of land and sea, third edition. Artech House, 2001.
- [Luo 13] H. Luo & Y. Du. *Comparison of the Two-Scale and Three-Scale Models for Bistatic Electromagnetic Scattering from Ocean Surfaces*. Progress In Electromagnetics Research, vol. 138, pages 519–536, 2013.
- [Lysanov 56] Y.P. Lysanov. *About one approximate solution of the problem of acoustic wave scattering by a rough interface*. Sov. Phys. Acoust, vol. 2, pages 190–8, 1956.
- [Maire 09] G. Maire, F. Drsek, J. Girard, H. Giovannini, A. Talneau, D. Konan, K. Belkebir, P.C. Chaumet & A. Sentenac. *Experimental demonstration of quantitative imaging beyond Abbe’s limit with optical diffraction tomography*. Physical review letters, vol. 102, no. 21, page 213905, 2009.
- [Majurec 09] N. Majurec, J.T. Johnson & S. Tanelli. *Studies of Sea Surface Normalized Radar Cross Sections Observed by CloudSat*. In 34th Conference on Radar Meteorology, 2009.
- [Majurec 13] N. Majurec, J. T. Johnson, S. Tanelli & S. L. Durden. Ku and ka-band near nadiral normalized radar cross section of the sea surface:

- Comparison of measurements and models. submitted to IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013.
- [Mandel 95] L. Mandel & E. Wolf. Optical coherence and quantum optics. Cambridge university press, 1995.
- [Maystre 83a] D. Maystre. *Rigorous theory of light scattering from rough surfaces*. J. Optics, vol. 15, pages 43–51, 1983.
- [Maystre 83b] D. Maystre, O.M. Mendez & A. Roger. *A new electromagnetic theory for scattering from shallow rough surfaces*. Journal of Modern Optics, vol. 30, no. 12, pages 1707–1723, 1983.
- [Meecham 56] W.C. Meecham. *Fourier transform method for the treatment of the problem of the reflection of radiation from irregular surfaces*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 28, page 370, 1956.
- [Mendez 83] O.M. Mendez, A. Roger & D. Maystre. *Numerical solution for an inverse scattering problem of non-periodic rough surfaces*. Applied Physics B: Lasers and Optics, vol. 32, no. 4, pages 199–206, 1983.
- [Milder 96] D. M. Milder. *An improved formalism for electromagnetic scattering from a perfectly conducting rough surface*. Radio Science, vol. 31, pages 1369–1376, 1996.
- [Nathanson 99] F.E. Nathanson, J.P. Reilly & M.N. Cohen. Radar design principles: signal processing and the environment. SciTech Publishing, 1999.
- [Nayak 07] B.K. Nayak, M.C. Gupta & K.W. Kolasinski. *Spontaneous formation of nanospiked microstructures in germanium by femtosecond laser irradiation*. Nanotechnology, vol. 18, no. 19, page 195302, 2007.
- [Nouguier 09a] F. Nouguier. *Diffraction électromagnétique par la surface océanique : influence des nonlinéarités et de l'écume*. Physique, Université Paul Cezanne Aix-Marseille III, sep 2009.

- [Nouguier 09b] F. Nouguier, C.-A. Guérin & B. Chapron. *Choppy wave model for nonlinear gravity waves*. Journal of Geophysical Research (JGR)-Oceans, vol. 114, no. C09012, pages 1–16, 2009.
- [Nouguier 10] F. Nouguier, C-A Guérin & B. Chapron. *Scattering from nonlinear gravity waves: The choppy wave model*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 48, no. 12, pages 4184–4192, 2010.
- [Nouguier 11a] F. Nouguier, C.-A. Guérin & G. Soriano. *Analytical Techniques for the Doppler Signature of Sea Surfaces in the Microwave Regime-I: Linear Surfaces*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 99, pages 4856–64, 2011.
- [Nouguier 11b] F. Nouguier, C.-A. Guérin & G. Soriano. *Analytical Techniques for the Doppler Signature of Sea Surfaces in the Microwave Regime-II: Nonlinear Surfaces*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 49, pages 4920–27, 2011.
- [Ogilvy 91] J. A. Ogilvy. Theory of wave scattering from random rough surfaces. Adam Hilger, Bristol, 1991.
- [Ong 94] T. T. Ong, V. Celli & A. M. Marvin. *General relation between surface impedance and surface curvature*. Journal of the Optical Society of America A, vol. 11, no. 2, pages 759–765, 1994.
- [Ozgun 13] O. Ozgun & M. Kuzuoglu. *A transformation media based approach for efficient Monte Carlo analysis of scattering from rough surfaces with objects*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 61, pages 1352–62, mar 2013.
- [Pak 95] K. Pak, L. Tsang, C. H. Chan & J. T. Johnson. *Backscattering enhancement of electromagnetic waves from two-dimensional perfectly conducting random rough surfaces based on Monte Carlo simulations*. J. Opt. Soc. Amer. A, vol. 12, pages 1491–1499, 1995.

- [Peng 08] S. Peng & Z. Nie. *Acceleration of the method of moments calculations by using graphics processing units*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 56, no. 7, pages 2130–2133, 2008.
- [Peng 11] S. Peng & C.F. Wang. *Hardware accelerated MoM-PFFT method using graphics processing units*. In Antennas and Propagation (AP-SURSI), 2011 IEEE International Symposium on, pages 3152–3153. IEEE, 2011.
- [Petit 80] R. Petit, editeur. *Electromagnetic Theory of Gratings*. Topics in Current Physics. Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- [Pierson Jr 64] W.J. Pierson Jr & L. Moskowitz. *A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of SA Kitaigorodskii*. Journal of geophysical research, vol. 69, no. 24, pages 5181–5190, 1964.
- [Pinel 13] N. Pinel & C. Boulier. *Electromagnetic wave scattering from random rough surfaces: Asymptotic models*. FOCUS Series. Wiley, 2013.
- [Poggio 73] A.J. Poggio & E.K. Miller. *Integral Equation Solutions of Three-dimensional Scattering Problems*. In R. Mittra, editeur, Computer Techniques for Electromagnetics. Permagon, Elmsford, NY, 1973.
- [Rao 82] S. Rao, D. Wilton & A. Glisson. *Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 30, no. 3, pages 409–418, 1982.
- [Réfrégier 07] P. Réfrégier & A. Roueff. *Intrinsic coherence: a new concept in polarization and coherence theory*. Optics and photonics news, vol. 18, no. 2, pages 30–35, 2007.
- [Réfrégier 12] P. Réfrégier, M. Zerrad & C. Amra. *Coherence and polarization properties in speckle of totally depolarized light scattered by totally depolarizing media*. Optics Letters, vol. 37, no. 11, pages 2055–2057, 2012.

- [Reul 05] N. Reul, C.-A. Guérin, G. Soriano, E. Bachelier, P. Borderies, F. Mattia, C. Ruiz & N. Floury. *On the use of rigorous microwave interaction models to support remote sensing of natural surfaces*. In Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2005. IGARSS'05. Proceedings. 2005 IEEE International, volume 3, pages 2195–2198. IEEE, 2005.
- [Rino 91] C. L. Rino, T. L. Crystal, A. K. Koide, H. D. Ngo & H. Guthard. *Numerical simulation of backscatter from linear and nonlinear ocean surface realizations*. Radio Science, vol. 26, pages 51–71, 1991.
- [Rino 98] C.L. Rino & H.D. Ngo. *Numerical simulation of low-grazing-angle ocean microwave backscatter and its relation to sea spikes*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 46, no. 1, pages 133–141, 1998.
- [Rockstuhl 07] C. Rockstuhl, F. Lederer, K. Bittkau & R. Carius. *Light localization at randomly textured surfaces for solar-cell applications*. Applied Physics Letters, vol. 91, no. 17, pages 171104–171104, 2007.
- [Roger 81] A. Roger. *Newton-Kantorovitch algorithm applied to an electromagnetic inverse problem*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 29, no. 2, pages 232–238, 1981.
- [Roger 82] A. Roger. *Reciprocity theorem applied to the computation of functional derivatives of the scattering matrix*. Electromagnetics, vol. 2, no. 1, pages 69–83, 1982.
- [Romeiser 00] R. Romeiser & D.R. Thompson. *Numerical study on the along-track interferometric radar imaging mechanism of oceanic surface currents*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 38, no. 1, pages 446–458, 2000.
- [Roychowdhury 06] H. Roychowdhury, G.P. Agrawal & E. Wolf. *Changes in the spectrum, in the spectral degree of polarization, and in the spectral de-*

- gree of coherence of a partially coherent beam propagating through a gradient-index fiber.* JOSA A, vol. 23, no. 4, pages 940–948, 2006.
- [Réfrégier 93] P. Réfrégier. *Théorie du signal: signal, information, fluctuations.* Enseignement de la Physique. Masson, 1993.
- [Réfrégier 04] P. Réfrégier, F. Goudail, P. Chavel & A.T. Friberg. *Entropy of partially polarized light and application to statistical processing techniques.* JOSA A, vol. 21, no. 11, pages 2124–2134, 2004.
- [Réfrégier 08a] P. Réfrégier. *Irreversible effects of random modulation on coherence properties of partially polarized light.* Optics letters, vol. 33, no. 7, pages 636–638, 2008.
- [Réfrégier 08b] P. Réfrégier & A. Luis. *Irreversible effects of random unitary transformations on coherence properties of partially polarized electromagnetic fields.* JOSA A, vol. 25, no. 11, pages 2749–2757, 2008.
- [Saad 03] Y. Saad. *Iterative methods for sparse linear systems.* Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.
- [Saillard 90] M. Saillard. *Etude théorique et numérique de la diffraction de la lumière par des surfaces rugueuses diélectriques et conductrices.* PhD thesis, Université Aix-Marseille III, Janvier 1990.
- [Saillard 01] M. Saillard & A. Sentenac. *Rigorous solutions for electromagnetic scattering from rough surfaces.* Waves in Random Media, vol. 11, pages R103–R137, 2001.
- [Saillard 04] M. Saillard & G. Soriano. *Fast numerical solution for scattering from rough surfaces with small slopes.* IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 52, pages 2799–2802, 2004.
- [Saillard 05] M. Saillard, P. Forget, G. Soriano, M. Joelson, P. Broche & P. Currier. *Sea surface probing with L-band Doppler radar: experiment and theory.* Comptes Rendus Physique, vol. 6, no. 6, pages 675–682, 2005.

- [Saillard 11] M. Saillard & G. Soriano. *Rough surface scattering at low-grazing incidence: A dedicated model*. Radio Science, vol. 46, no. 5, 2011.
- [Salem 04] M. Salem, O. Korotkova, A. Dogariu & E. Wolf. *Polarization changes in partially coherent electromagnetic beams propagating through turbulent atmosphere*. Waves in Random Media, vol. 14, no. 4, pages 513–523, 2004.
- [Schell 67] A. Schell. *A technique for the determination of the radiation pattern of a partially coherent aperture*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 15, no. 1, pages 187–188, 1967.
- [Senior 95] T.B.A. Senior & J.L. Volakis. Approximate boundary conditions in electromagnetics, volume 41. Iet, 1995.
- [Shaeffer 08] J. Shaeffer. *Direct solve of electrically large integral equations for problem sizes to 1 M unknowns*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 56, no. 8, pages 2306–2313, 2008.
- [Silva 03] F. Silva. Résolution des problèmes de diffraction d’ondes électromagnétiques avec condition d’impédance par méthodes intégrales. Master’s thesis, stage de recherche de 2ème année de magistère au CER-FACS service EMC encadré par Abderrahmane BENDALI, 2003.
- [Simonsen 10a] I. Simonsen, A.A. Maradudin & T.A. Leskova. *Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional randomly rough penetrable surfaces*. Physical review letters, vol. 104, no. 22, page 223904, 2010.
- [Simonsen 10b] I. Simonsen, A.A. Maradudin & T.A. Leskova. *Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional randomly rough perfectly conducting surfaces: The full angular intensity distribution*. Physical Review A, vol. 81, no. 1, page 013806, 2010.
- [Smith 67] B. Smith. *Geometrical shadowing of a random rough surface*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 15, no. 5, pages 668–671, 1967.

- [Soriano 00] G. Soriano. *Etude de la diffraction électromagnétique par des surfaces rugueuses bidimensionnelles*. Electromagnétisme, Université Paul Cezanne Aix-Marseille III, oct 2000.
- [Soriano 01] G. Soriano & M. Saillard. *Scattering of Electromagnetic waves from two-dimensional rough surfaces with impedance approximation*. J. Opt. Soc. Amer. A, vol. 18, no. 1, pages 124–133, 2001.
- [Soriano 02a] G. Soriano, C.-A. Guérin & M. Saillard. *Scattering by two-dimensional rough surfaces: comparison between the method of moments, Kirchhoff and Small-Slope approximations*. Waves Random Media, vol. 12, pages 63–83, 2002.
- [Soriano 02b] G. Soriano & M. Saillard. *An improved bistatic two-scale model for the ocean surface scattering*. In International Union of Radio Science 17th General Assembly, Maastricht, aug 2002.
- [Soriano 03] G. Soriano & M. Saillard. *Modelization of the scattering of electromagnetic waves from the ocean surface*. Progress In Electromagnetics Research, vol. 10, pages 101–128, 2003.
- [Soriano 06] G. Soriano, M. Joelson & M. Saillard. *Doppler spectra from a two-dimensional ocean surface at L-band*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 44, no. 9, pages 2430–2437, 2006.
- [Soriano 08] G. Soriano & C.A. Guérin. *A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea surfaces*. Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE, vol. 5, no. 2, pages 199–203, 2008.
- [Soriano 10] G. Soriano, P. Spiga & M. Saillard. *Low-grazing angles scattering of electromagnetic waves from one-dimensional natural surfaces: Rigorous and approximate theories*. Comptes Rendus Physique, vol. 11, no. 1, pages 77–86, 2010.
- [Soriano 13] G. Soriano, M. Zerrad & C. Amra. *Mapping the coherence time of far-field speckle scattered by disordered media*. Optics express, vol. 21, no. 20, pages 24191–24200, 2013.

- [Sorrentini 11] J. Sorrentini, M. Zerrad, G. Soriano & C. Amra. *Enpolarization of light by scattering media*. Optics Express, vol. 19, no. 22, pages 21313–21320, 2011.
- [Spiga 08a] P. Spiga. *Diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses en incidence rasante*. PhD thesis, Université du Sud Toulon Var, nov 2008.
- [Spiga 08b] P. Spiga, G. Soriano & M. Saillard. *Scattering of electromagnetic waves from rough surfaces: a boundary integral method for low-grazing angles*. IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 56, pages 2043–2050, 2008.
- [Stratton 39] J.A. Stratton & L.J. Chu. *Diffraction Theory of Electromagnetic Waves*. Physical Review, vol. 56, pages 99–107, 1939.
- [Tatarskii 98] V.I. Tatarskii & M. Charnotskii. *Universal behaviour of scattering amplitudes for scattering from a plane in an average rough surface for small grazing angles*. Waves in Random and Complex Media, vol. 8, no. 1, pages 29–40, 1998.
- [Thorsos 88] E. I. Thorsos. *The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum*. J. Acoust. Soc. Am, vol. 83, no. 1, pages 78–92, 1988.
- [Toporkov 99] J. V. Toporkov, R. S. Awadallah & G. S. Brown. *Issues related to the uses of a Gaussian-like incident field for low-grazing-angle scattering*. J. Opt. Soc. Am. A, vol. 16, pages 176–186, January 1999.
- [Toporkov 00] J. V. Toporkov & G. S. Brown. *Numerical simulations of scattering from time-varying, randomly rough surfaces*. IEEE Trans. Geophys. Remote Sensing, vol. 38, pages 1616–1624, July 2000.
- [Toporkov 02] J.V. Toporkov, M.A. Sletten & G.S. Brown. *Numerical scattering simulations from time-evolving ocean-like surfaces at L-and X-band: Doppler analysis and comparisons with a composite surface analytical model*. Proc. of XXVII General Assembly of URSI, 2002.

- [Torrungrueng 00] D. Torrungrueng, H.-T. Chou & J.T. Johnson. *A novel acceleration algorithm for the computation of scattering from two-dimensional large-scale perfectly conducting random rough surfaces with the forward-backward method*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 38, no. 4, pages 1656–1668, 2000.
- [Tournier 12] S. Tournier. *Contribution à la modélisation de la diffusion électromagnétique par des surfaces rugueuses à partir de méthodes rigoureuses*. PhD thesis, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, mar 2012.
- [Tran 94] P. Tran, V. Celli & A. A. Maradudin. *Electromagnetic Scattering from a Two-Dimensional, Randomly Rough, Perfectly Conducting Surface: Iterative Methods*. J. Opt. Soc. Am. A, vol. 11, no. 5, pages 1686–1689, May 1994.
- [Tran 97] P. Tran. *Calculation of the scattering of electromagnetic waves from a two-dimensional perfectly conducting surface using the method of ordered multiple interaction*. Waves in Random Media, vol. 7, pages 295–302, 1997.
- [Tsang 95] L. Tsang, C.H. Chan, K. Pak & H. Sangani. *Monte-Carlo simulations of large-scale problems of random rough surface scattering and applications to grazing incidence with the BMIA/canonical grid method*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 43, no. 8, pages 851–859, 1995.
- [Tsang 01] L. Tsang, J. A. Kong, K. H. Ding & C. O. Ao. *Scattering of electromagnetic waves: numerical simulations*. Wiley series in remote sensing. Wiley-Interscience, 2001.
- [Valenzuela 67] G. R. Valenzuela. *Depolarization of EM waves by slightly rough surfaces*. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 15, pages 552–557, 1967.
- [Valenzuela 68] G.R. Valenzuela. *Scattering of electromagnetic waves from a tilted slightly rough surface*. Radio Science, vol. 3, page 1057, 1968.

- [Valenzuela 78] G.R. Valenzuela. *Theories for the interaction of electromagnetic and oceanic waves - A review*. Boundary-Layer Meteorology, vol. 13, no. 1, pages 61–85, 1978.
- [Van Bladel 07] J.G. Van Bladel. Electromagnetic fields, volume 19. Wiley-IEEE Press, 2007.
- [Voronovich 94] A. G. Voronovich. Wave scattering from rough surfaces. Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [Voronovich 01] A.G. Voronovich & V.U. Zavorotny. *Theoretical model for scattering of radar signals in Ku- and C-bands from a rough sea surface with breaking waves*. Waves in Random Media, vol. 11, no. 3, pages 247–269, 2001.
- [Voronovich 07] A.G. Voronovich. *Rayleigh hypothesis*. In Light scattering and nanoscale surface roughness, pages 93–105. Springer, 2007.
- [Voronovich 11] A.G. Voronovich & V.U. Zavorotny. *Depolarization of microwave backscattering from a rough sea surface: Modeling with small-slope approximation*. In Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2011 IEEE International, pages 2033–2036. IEEE, 2011.
- [Voznyuk 13] I. Voznyuk, H. Tortel & A. Litman. *Scattered Field Computation with an Extended Feti-Dpem2 Method*. Progress In Electromagnetics Research, vol. 139, pages 247–263, 2013.
- [Wang 91] J.J.H. Wang. Generalized moment methods in electromagnetics: formulation and computer solution of integral equations. Wiley-interscience publication. J. Wiley, 1991.
- [Wang 12] B. Wang, B. Chapron, A. Mouche, G. Mercier, R. Garelo & M.X. He. *Interpreting C-band sea surface depolarization observations*. In Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2012 IEEE International, pages 1509–1512. IEEE, 2012.

- [Weber 77] B. L. Weber & D. E. Barrick. *On the nonlinear theory for gravity waves on the ocean's surface. Part I: Derivations*. J. Phys. Oceanogr., vol. 7, pages 3–10, 1977.
- [West 87] B.J. West, K.A. Brueckner, R.S. Janda, D.M. Milder & R.L. Milton. *A new numerical method for surface hydrodynamics*. Journal of Geophysical Research, vol. 92, no. C11, pages 11803–11, 1987.
- [Wolf 82] E. Wolf. *New theory of partial coherence in the space-frequency domain. Part I: spectra and cross spectra of steady-state sources*. JOSA, vol. 72, no. 3, pages 343–351, 1982.
- [Wolf 07] E. Wolf. *Introduction to the theory of coherence and polarization of light*. Cambridge University Press, 2007.
- [Wright 68] J. W. Wright. *A new model for sea clutter*. IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 16, pages 217–223, March 1968.
- [Wu 88] SC Wu, MF Chen & Adrian K Fung. *Scattering from non-Gaussian randomly rough surfaces-cylindrical case*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 26, no. 6, pages 790–798, 1988.
- [Wu 09] Z.-S. Wu, J.-P. Zhang, L.-X. Guo & P. Zhou. *An improved two-scale model with volume scattering for the dynamic ocean surface*. Progress In Electromagnetics Research, vol. 89, pages 39–56, 2009.
- [Yang 11] W. Yang, Z. Zhao, C. Qi & Z. Nie. *Electromagnetic modeling of breaking waves at low grazing angles with adaptive higher order hierarchical legendre basis functions*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 49, no. 1, pages 346–352, 2011.
- [Yueh 97] S.H. Yueh. *Modeling of wind direction signals in polarimetric sea surface brightness temperatures*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 35, no. 6, pages 1400–1418, 1997.

- [Zakharov 68] V. E. Zakharov. *Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid*. J. Appl. Mech. Tech. Phys. (USSR), vol. 51, pages 269–306, 1968.
- [Zerrad 10] M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano & C. Amra. *Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces: Electromagnetic prediction*. Optics express, vol. 18, no. 15, pages 15832–15843, 2010.
- [Zerrad 13] M. Zerrad, G. Soriano, A. Ghabbach & C. Amra. *Light enpolarization by disordered media under partial polarized illumination: The role of cross-scattering coefficients*. Optics Express, vol. 21, no. 3, pages 2787–2794, 2013.
- [Zhang 98] G. Zhang, L. Tsang & K. Pak. *Angular correlation function and scattering coefficient of electromagnetic waves scattered by a buried object under a two-dimensional rough surface*. JOSA A, vol. 15, no. 12, pages 2995–3002, 1998.
- [Zhang 11] M. Zhang, H. Chen & H.-C. Yin. *Facet-based investigation on EM scattering from electrically large sea surface with two-scale profiles: Theoretical model*. Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 49, no. 6, pages 1967–1975, 2011.
- [Zhao 07] K. Zhao, V. Rawat, S.-C. Lee & J.-F. Lee. *A domain decomposition method with nonconformal meshes for finite periodic and semi-periodic structures*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 55, no. 9, pages 2559–2570, 2007.

Annexe A

Documents joints

Scattering of Electromagnetic Waves From Rough Surfaces: A Boundary Integral Method for Low-Grazing Angles

Philippe Spiga, Gabriel Soriano, and Marc Saillard

Abstract—We present a boundary integral method for the numerical solution of the rigorous problem of wave scattering from rough surfaces under grazing illumination. The model of a locally perturbed plane is adopted: a finite patch of rough surface has its roughness flattened at the edges. The boundary formulation unknowns are the tangential components of the scattered field, defined as the contribution from the rough area. This way, the numerical domain of study is correctly bounded, even with a plane wave as incident field, and the sampled area is made independent of the incidence. This rigorous approach, called the grazing method of moments, is implemented on two-dimensional perfectly conducting surfaces and validated by comparison with a reference numerical solution for surfaces with Gaussian correlation functions. Now, the validity of approximate models at low-grazing-angles can be investigated; the small perturbation method and the small slope approximation are addressed in this paper. Scattering diagrams show how the performances of these methods deteriorate drastically at backward scattering angles as the incidence goes to grazing.

Index Terms—Boundary integral equations, electromagnetic scattering by rough surfaces, low-grazing angles.

I. INTRODUCTION

THE backscattering of electromagnetic waves from rough surfaces at low-grazing angle is a specific and difficult topic [1]. In particular, the usual criteria of validity of approximate methods have to be revisited. Indeed, depending on whether one focuses onto forward scattering or back scattering, the accuracy of approximate methods may differ drastically. The efficiency of shadowing functions on high frequency approximations is also difficult to estimate. Some specific methods have recently been proposed, both analytical [2], [3] and numerical [4], [5] but they address one-dimensional surfaces. At present, all published comparisons with rigorous methods at grazing appear to be restricted to one-dimensional surfaces. This proves that current numerical formulations feel uncomfortable at low-grazing angles. The aim of this paper thus is to propose a model for the scattering of electromagnetic

waves from two-dimensional surfaces, based on a boundary integral formalism, tailor-made for backscattering at low-grazing angles.

The direct problem of the scattering of electromagnetic waves from a random rough surface in harmonic regime can be rigorously solved only by means of numerical methods [6], [7]. When the surface separates two homogeneous media, the prime approach is the boundary integral formalism. The scattering problem is reduced to the search of the tangential components of the total electric and magnetic fields on the boundary. Integral equations are cast into a linear system using the method of moments (MoM) or the boundary element method. Sampling has to be made at the scale of the wavelength. In the physical problem, the incident field is a beam with a footprint on the surface at least several hundreds wavelengths long. This provides by far too many unknowns for numerical solution. However, it is now well established [7] that the scattered field can be estimated through ensemble average over smaller samples, with the corresponding lower angular resolution. Several models have been investigated for the scattering from those small rough surface patches. We now review them from a low-grazing angle point of view.

- First, an infinite rough surface is enlightened by a tapered beam, generally of Gaussian amplitude [8]–[11], with footprint of prescribed dimensions. As long as the short-coupling-range phenomenon can be invoked [12], the support of the surface unknowns is only some wavelengths larger than the footprint, and the domain of study is thus well bounded. This model is very close to the physical problem. However, with a tapered beam, there is a minimum surface length to consider, that increases asymptotically as the inverse of the squared grazing angle, see [13] for a discussion. The tapered beam model has been widely applied to the scattering from unidimensional surfaces, at grazing angles as low as 1° [14]. The minimum grazing angle for two-dimensional surfaces is much higher.
- Second, the roughness is assumed to be periodic, and the incident field is a plane wave. This is a problem of scattering by a diffraction grating, that can be very efficiently solved by specific methods [15], [16]. However, for a given incidence, the scattered field is restricted to discrete directions. Also, grating methods show specific difficulties, such as the Rayleigh anomaly. Finally, natural surfaces are not periodic, and the influence of the periodic boundary conditions on the computed scattered field is difficult to estimate.
- In a third model, the surface is a bounded perturbation of the average plane under plane wave illumination. Here, some supplementary step is required to bound the domain

Manuscript received July 10, 2007; revised January 8, 2008. Published July 7, 2008 (projected).

P. Spiga is with the DCNS, 83000 Toulon, France and also with the Laboratoire de sondage électromagnétique de l'environnement terrestre (LSEET), Fresnel Institute, 13397 Marseille Cedex 20, France.

G. Soriano is with Paul Cezanne University, 13628 Marseille Cedex 20, France and also with the ElectroMagnetical and Optical remote Sensing (SEMO) Team, Fresnel Institute, 13397 Marseille Cedex 20, France (e-mail: gabriel.soriano@fresnel.fr).

M. Saillard is with the Laboratoire de sondage électromagnétique de l'environnement terrestre (LSEET), University of Toulon, 83957 La Garde, France.

Digital Object Identifier 10.1109/TAP.2008.924710

of study. The electrical image theory can do the job in a very elegant way. It is however restricted to perfectly conducting surfaces, since the half-space Green's function is analytical only for this boundary condition. Another tapering method, inherited from resistive strips [17], [18], consists in adding resistive regions on the edges of the rough region. It has been successfully applied at low-grazing incident angles to the prediction of forward scattering [19]. However, for backscattering, resistive tapering is claimed in [20] to be restricted to grazing angles larger than 20° . This may result from a lack of accuracy of the method, since, at grazing incidence, only a very weak part of the incident field is backscattered.

This last model has been extensively studied for the Helmholtz equation under the *finite section method* designation. See [21] for a short review. In this same paper, stability of the bounded perturbation problem and its convergence toward the infinite rough surface problem as the dimensions of the perturbation grow has been rigorously proved. This is an important result, with no equivalent for periodic surface.

Therefore, let us reconsider the model of the bounded perturbation of a plane, without resistive tapering. Under plane wave illumination, reflection on the flat part is the main contribution to the scattering amplitude in the forward direction. Since we are concerned by the contribution from roughness, we define a scattered field that is free of the field that would be reflected from a plane interface and we suggest to choose the tangential electric and magnetic components of that scattered field as surface unknowns.

On one hand, this should provide better accuracy out of the specular reflection direction. On the other hand, surface unknowns should decrease away from the rough area, since their value result from interactions with the rough area or from the propagation of surface waves. Therefore, it is assumed that the support of the tangential components of the scattered field has similar dimensions as the rough region, say some wavelengths larger. The boundary integral formalism based on that choice of surface unknowns is developed in Section II, where we present integral equations and far-field formulas for these unknowns.

For a plane wave impinging a plane interface with bounded roughness, the behavior of the scattered field in the far-field when the grazing incidence angle or the grazing scattering angles tends toward zero can be theoretically predicted [22]. These results, that depend on the boundary condition, are summarized in the beginning of Section III. However, as outlined earlier, surface waves (surface plasmon polaritons SPP) may propagate, whatever the polarization on a two-dimensional rough surface. Even though they no longer contribute to the far field once propagating over the flat area, SPP are part of the interaction process, and as such, cannot be discarded in integral equations. Consequently, with a restricted domain of study, the SPP may be truncated and may radiate propagative waves around the grazing directions. To get rid of these artifacts, we propose in Section III modified scattering formulas that enforce the theoretical behavior of the scattered field at grazing. These formulas are directly inspired from the work by Tatarskii and Charnotskii [22].

Next, this approach, called the grazing MoM, is applied to perfectly conducting surfaces. Details on numerical implementation are given in Section IV. Validation by comparison with a classical numerical method, at non-grazing incidence, follows in Section V. Then, bistatic results at grazing incidence

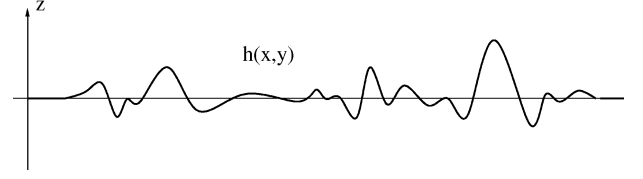


Fig. 1. Bounded perturbation of the plane.

are presented and compared in Section VI with two first order approximate methods, the small perturbation method and the small slope approximation, for rough surfaces with Gaussian pdf height and correlation function. Errors in the backscattering direction are outlined. The paper is finally concluded.

II. BOUNDARY INTEGRAL FORMALISM

In the right Cartesian coordinate $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ system with z -axis directed upward, the rough surface Σ is a local perturbation of the (xOy) plane with the vacuum as upper medium. The surface Σ is given by a Cartesian equation $z = h(\mathbf{r}) = h(x, y)$, and $\hat{\mathbf{n}}$ denotes its unit normal vector directed toward the vacuum (see Fig. 1).

Electric and magnetic fields are respectively denoted by \mathbf{E} and \mathbf{H} , while superscripts $\mathbf{i}, \mathbf{r}, \mathbf{s}$ indicate respectively the incident, reflected and scattered field, and no superscript the total field. The reflected field is the field that would be reflected by the (xOy) plane, so that the scattered field is defined in vacuum by $\mathbf{E}^s = \mathbf{E} - \mathbf{E}^i - \mathbf{E}^r$. Let us notice that \mathbf{E}^s and the standard scattered field defined as $\mathbf{E} - \mathbf{E}^i$ share the same incoherent scattering amplitudes. The magnetic fields are defined accordingly.

In order to obtain a boundary integral representation of the scattering problem, let us introduce the discontinuous vector functions \mathbf{U} and \mathbf{V}

$$\mathbf{U} = \begin{cases} \mathbf{E}^s \\ \mathbf{0} \end{cases} \quad \mathbf{V} = \begin{cases} \mathbf{H}^s & \text{if } z > h(x, y) \\ \mathbf{0} & \text{if } z < h(x, y) \end{cases} \quad (1)$$

with jumps at the surface $[\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{U}] = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^s = \mathbf{m}$ and $[\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{V}] = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^s = \mathbf{j}$. Those equivalent surface currents are the unknowns of the boundary integral representation of the scattering problem. For an $\exp(-i\omega t)$ time dependence, the harmonic Maxwell equations for \mathbf{U} and \mathbf{V} write, in the sense of distributions

$$\text{curl} \mathbf{U} - i\omega\mu_0 \mathbf{V} = \mathbf{m}\delta_\Sigma \quad (2)$$

$$\text{curl} \mathbf{V} + i\omega\epsilon_0 \mathbf{U} = \mathbf{j}\delta_\Sigma \quad (3)$$

with δ_Σ the Dirac delta distribution associated with the surface. Those two equations can be combined to obtain a Helmholtz equation with right-hand side

$$\Delta \mathbf{U} + K_0^2 \mathbf{U} = -\text{curl}(\mathbf{m}\delta_\Sigma) - i\omega\mu_0 \mathbf{j}\delta_\Sigma + \text{grad div} \mathbf{U} \quad (4)$$

$K_0 = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ denoting the wavenumber for vacuum. \mathbf{U} satisfies an outgoing wave condition in both the upper and lower half spaces; we assume that this is a sufficient condition for (4) to have a unique solution, that writes as the convolution of the right-hand side and of the Green's function $G_0(\mathbf{R}) =$

$-(\exp(iK_0|\mathbf{R}|)/4\pi|\mathbf{R}|)$. In order to discard the normal components, a supplementary curl operator is applied to (4). Finally, the function \mathbf{V} can be expressed as

$$\mathbf{V} = -\text{curl}(G_0 * \mathbf{j}\delta_\Sigma) + \frac{i}{\omega\mu_0}\text{curl curl}(G_0 * \mathbf{m}\delta_\Sigma). \quad (5)$$

The same method applied to (3) gives

$$\mathbf{U} = -\text{curl}(G_0 * \mathbf{m}\delta_\Sigma) - \frac{i}{\omega\varepsilon_0}\text{curl curl}(G_0 * \mathbf{j}\delta_\Sigma). \quad (6)$$

To obtain integral equations, we must consider the limit of (5) and (6) when the observation point tends toward the surface. According to [23], the equations in vacuum are

$$\left(\frac{1}{2} + M_0\right)\mathbf{j} - \frac{i}{\omega\mu_0}P_0\mathbf{m} = \mathbf{0} \quad (7)$$

$$\left(\frac{1}{2} + M_0\right)\mathbf{m} + \frac{i}{\omega\varepsilon_0}P_0\mathbf{j} = \mathbf{0} \quad (8)$$

with M_0 and P_0 the integral operators introduced by Martin and Ola in [24]. They write, for a tangential density \mathbf{c} and two points \mathbf{R} and \mathbf{R}' on the surface

$$M_0\mathbf{c}_\mathbf{R} = \hat{\mathbf{n}} \times \text{curl}_\mathbf{R} \int_\Sigma G_{0,\mathbf{R},\mathbf{R}'} \mathbf{c}_{\mathbf{R}'} dS'$$

$$P_0\mathbf{c}_\mathbf{R} = \hat{\mathbf{n}} \times \text{curl}_\mathbf{R} \text{curl}_\mathbf{R} \int_\Sigma G_{0,\mathbf{R},\mathbf{R}'} \mathbf{c}_{\mathbf{R}'} dS'.$$

Equations (7) and (8) are not independent. Therefore, except for the perfectly conducting case, for which $\mathbf{m} = -\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)$ is known, another independent relation between the unknowns \mathbf{m} and \mathbf{j} is required. In the frame of the impedance boundary condition, of which expression is $\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} = \hat{\mathbf{n}} \times Z[\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}]$, this second relation writes

$$\mathbf{m} - \hat{\mathbf{n}} \times Z\mathbf{j} = \hat{\mathbf{n}} \times Z[\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r)] - \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r) \quad (9)$$

with right-hand side vanishing outside the rough region, thus auguring a bounded right-hand side for the boundary integral equation. The perfectly conducting case corresponds to $Z = 0$. The exact transmission problem with a homogeneous dielectric lower medium can be formalized by subtracting from the total field the field $(\mathbf{E}^t, \mathbf{H}^t)$ that would be transmitted in the dielectric through the (xOy) plane. Associated integral equations can be written with right-hand sides that depend on $\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r - \mathbf{E}^t)$ and $\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r - \mathbf{H}^t)$ which show bounded supports. Note that for lossy dielectrics, the use of $(\mathbf{E}^t, \mathbf{H}^t)$ that varies exponentially with z might reveal tricky in a numerical method. For those materials, the integral relationship between the tangential components of the total fields will be benefitly approximated by a local impedance boundary condition.

III. SCATTERED FIELD

In the upper and lower half-spaces, \mathbf{U} writes as a sum of outgoing plane waves

$$\begin{cases} \mathbf{U}(\mathbf{r}, z) = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\mathbf{S}^+(\mathbf{k})}{2\pi q} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + qz)} d\mathbf{k} = \mathbf{E}^s(\mathbf{r}, z) & z > \max_{\mathbb{R}^2} h \\ \mathbf{U}(\mathbf{r}, z) = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\mathbf{S}^-(\mathbf{k})}{2\pi q} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - qz)} d\mathbf{k} = \mathbf{0} & z < \min_{\mathbb{R}^2} h \end{cases} \quad (10)$$

with $\mathbf{k}^2 + q^2 = K_0^2$, $\Re q \geq 0$, $\Im q \geq 0$ and, according to (6)

$$\mathbf{S}^\pm(\mathbf{k}) = \frac{1}{4\pi} \int_\Sigma \left(-\mathbf{K} \times \mathbf{m}_{\mathbf{R}'} + \frac{1}{\omega\varepsilon_0} \mathbf{K} \times (\mathbf{K} \times \mathbf{j}_{\mathbf{R}'} \right) \times \exp(-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}') dS' \quad (11)$$

where \mathbf{K} denotes the wavevector in vacuum $\mathbf{k} \pm q\hat{\mathbf{z}}$.

For an alpha-linearly polarized incident plane wave $\mathbf{E}^i = e^{i(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - q_0 z)} \hat{\mathbf{p}}_\alpha^-(\mathbf{k}_0)$, the beta-polarized component of the upward scattering amplitude $S_{\beta\alpha}^+(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \hat{\mathbf{p}}_\beta^+(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{S}_{\beta\alpha}^+(\mathbf{k})$ is related to the coefficient $S_{\beta\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ of the standard scattering matrix [25] by $S_{\beta\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = S_{\beta\alpha}^+(\mathbf{k}) + r_\alpha \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \delta_{\beta\alpha}$, with r_α the relevant Fresnel reflection coefficient. As S and S^+ share the same incoherent part, the radar cross section writes $\sigma_{\beta\alpha} = \langle |S_{\beta\alpha}^+ - \langle S_{\beta\alpha}^+ \rangle|^2 \rangle$. Therefore, matrix $S_{\beta\alpha}^+(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ for real values of q and q_0 characterizes the far-field scattering from rough surface Σ , and its behavior at low-grazing incident ($q_0 \rightarrow 0$) and scattering ($q \rightarrow 0$) angles is of particular interest here.

Theoretical limits at grazing have been studied by Tatarskii and Charnotskii in [22] for scalar waves scattered from rough surfaces, with Dirichlet and Neumann boundary conditions. Results for electromagnetic waves can be obtained with similar arguments; we just give outlines.

The behavior at grazing incidence is governed by the right-hand side, and more precisely by $-\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)$ for perfect conductors, $\hat{\mathbf{n}} \times Z\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r) - \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)$ in the impedance case and $\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r - \mathbf{E}^t)$ and $\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r - \mathbf{H}^t)$ in the transmission case. For example, it is easy to find from Fresnel coefficients that the last two vectors have all their components that tend to zero and behave as q_0 at grazing, whatever the polarization (denoted by $O(q_0)$ with the Landau notation). The same limit applies to the perfectly conducting case for horizontal (H) polarization, defined by $\hat{\mathbf{p}}_\mathbf{H}^\pm(\mathbf{k}) = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{z}}$, while it is only $O(1)$ in vertical (V) polarization ($\hat{\mathbf{p}}_\mathbf{V}^\pm(\mathbf{k}) = (\mp q\hat{\mathbf{k}} + k\hat{\mathbf{z}})/K$). This behavior at grazing incidence angle is transmitted to unknowns \mathbf{m} and \mathbf{j} through integral equations and to the scattering amplitude through formula (11).

Since the scattering amplitude satisfies the reciprocity theorem [25], $S_{\beta\alpha}^+(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = (-)_{\beta\alpha} S_{\alpha\beta}^+(-\mathbf{k}_0, -\mathbf{k})$ with $(-)_{\beta\neq\alpha}$ equals to -1 and $(-)_{\alpha\alpha} = +1$, the behavior at grazing scattering angles can be straightforwardly deduced, with main result that the whole scattering matrix is $O(q_0 q)$ in the transmission case. The perfect conductor case is more complex because polarization dependent, as it appears on Table I. These last results are in agreement with [22], in the sense that the co-polarized H amplitude shares the same $O(q_0 q)$ behavior with the Dirichlet problem, and the co-polarized V amplitude corresponds to the Neumann boundary condition. Note that the limit for the Neumann problem may depend on the exact configuration of the problem [26], [27].

In a numerical computation context, the correct behavior of the scattering amplitude around $q_0 \rightarrow 0$ is naturally enforced. This comes directly from the fact that the excitation terms, and thus the right hand sides, actually decrease in amplitude with the correct speed at grazing. The answer is different when $q \rightarrow 0$, since the limit has been obtained through reciprocity. Here, we only address the cases where the limit at grazing scattering angles behave as q . Such a limit does not explicitly

TABLE I
THE LOW-GRAZING BEHAVIOR OF THE SCATTERING AMPLITUDE, THE BISTATIC
AND MONOSTATIC RADAR CROSS SECTIONS, RESPECTIVELY, FOR BOUNDED
PERTURBATION OF A PERFECTLY CONDUCTING PLANE MIRROR

Polarization	$S_{\beta\alpha}^+(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$	$\sigma_{\beta\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$	$\sigma_{\beta\alpha}(-\mathbf{k}, \mathbf{k})$
$\beta=H \ \alpha=H$	$O(q_0 q)$	$O(q_0^2 q^2)$	$O(q^4)$
$\beta=H \ \alpha=V$	$O(q)$	$O(q^2)$	$O(q^2)$
$\beta=V \ \alpha=H$	$O(q_0)$	$O(q_0^2)$	$O(q^2)$
$\beta=V \ \alpha=V$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$

appear from formula (11). In addition, as recalled earlier, surface waves (SPP) may appear and the unknowns \mathbf{m} and \mathbf{j} may have a much larger support than the rough area. Therefore, with a bounded domain of study, the SPP is truncated and behaves as a sheet of current, radiating in both the lower and upper half-spaces through edge effects. Indeed, since the associated surface current is close to $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, the scattering amplitude in the plane of propagation is, with good approximation, proportional to $\text{sinc}[(K_0 - k)L/2]$ (k and L the wavenumber and the length of the rough area in the direction of propagation) which mainly contributes to grazing scattering angles and is an even function of q . Therefore, to get rid of these truncated SPP artifacts and enforce the theoretical behavior of the scattering amplitude at grazing scattering angles, we propose to compute the scattering amplitude through the combination

$$\tilde{S}_{\beta\alpha}^+(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = S_{\beta\alpha}^+(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) - S_{\beta\alpha}^-(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0). \quad (12)$$

From (10), it is obvious that $S_{\beta\alpha}^-(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = 0$ whatever \mathbf{k} , so combination (12) remains theoretically equal to $S_{\beta\alpha}^+$. It is to be noticed that, since (12) numerically enforces a $O(q)$ limit, it should not be used to compute the V-polarized component of the scattering amplitude in the perfectly conducting case, for any incident polarization.

IV. NUMERICAL IMPLEMENTATION FOR PERFECTLY CONDUCTING SURFACES

Let us consider a rough surface, with roughness flattened except on a finite area. The flattening is mathematically realized by multiplying the elevation function by a Hanning function, as shown in Fig. 2. This ensures a smooth transition between the flat part and the rough part. The size of the transition is ruled by the parameters $L1$, $L2$, $L1'$ and $L2'$, the choice of these parameters depending on the rough surface under study. Fig. 3 shows the geometry of the tapered surface. The rectangle in dashed lines bounds the domain where $\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)$ is non-zero. This domain is surrounded by plateaus of dimensions $P1$, $P2$, $P1'$ and $P2'$. Transitions and plateaus are sized to ensure that the right-hand side of (7) is bounded to the numerical domain of dimensions $2L$ and $2l$, and represented in Fig. 3 by the rectangle in solid lines.

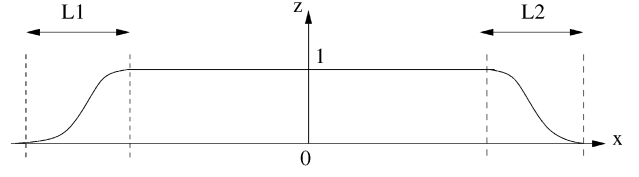


Fig. 2. The Hanning function.

Following Section II, the perfect conductor boundary condition writes $\mathbf{m} = -\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)$. This can be inserted into (7) to get an integral equation

$$\left(\frac{1}{2} + M_0\right) \mathbf{j} = -\frac{i}{\omega\mu_0} P_0 \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r) \quad (13)$$

with same kernel as the magnetic field integral equation (MFIE). As such, it can be solved by similar techniques. This equation, discretized by the method of moments (MoM), gives rise to a linear system $AX = B$ with a completely filled matrix A . This system can be solved iteratively at a $O(N^2)$ cost in memory and time, where N is the number of surface unknowns. For two-dimensional surfaces, N becomes very large and advanced numerical schemes have been proposed [6]. For instance, the sparse-matrix flat-surface approach [28] has a reduced memory cost of $O(N)$. This technique has been used in [29] with alternative iterative methods; the expression of the coefficients of the matrix A appear in this paper. In [30], the method has been improved with a multilevel canonical grid technique; the time cost is now $O(N \log N)$ and details of the implementation can be found in [31].

Since the MFIE operator M_0 is weakly singular [23], [24], the method of moments can be applied with piecewise-constant basis functions and point matching. On the contrary, operator P_0 is hyper-singular, and the computation of the right-hand side of (13) is not trivial. With one differentiation of P_0 transferred onto the electric field, the right-hand side writes

$$\begin{aligned} & -\frac{i}{\omega\mu_0} P_0 \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)_R \\ & = -\hat{\mathbf{n}} \times \int_S (i\omega\epsilon_0 G_{\mathbf{R},\mathbf{R}'} \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)_{\mathbf{R}'} \\ & \quad + \text{grad}_{\mathbf{R}} G_{\mathbf{R},\mathbf{R}'} \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r)_{\mathbf{R}'}) dS'. \end{aligned} \quad (14)$$

For this integral to be computed numerically, $\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^r)$ and $\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{H}^i + \mathbf{H}^r)$ are expanded in piecewise-constant basis functions. The evaluation of the right-hand side vector B of the linear system is obtained from two matrix-vector products, therefore requires $O(N^2)$ operations. With the multilevel canonical grid technique of [31], it is performed with reduced $O(N)$ memory and $O(N \log N)$ time requirements.

One should keep in mind that real materials have finite conductivity, thus that the transmission boundary condition should be addressed. In this case, all the components of the scattering amplitude behave as $O(q_0 q)$ at grazing. Indeed, for low-grazing angles and vertical incident polarization, the Fresnel coefficients for finite and infinite conductivity show opposite limits (respectively -1 and $+1$) at grazing: the angle and conductivity limits cannot be commuted here. No real

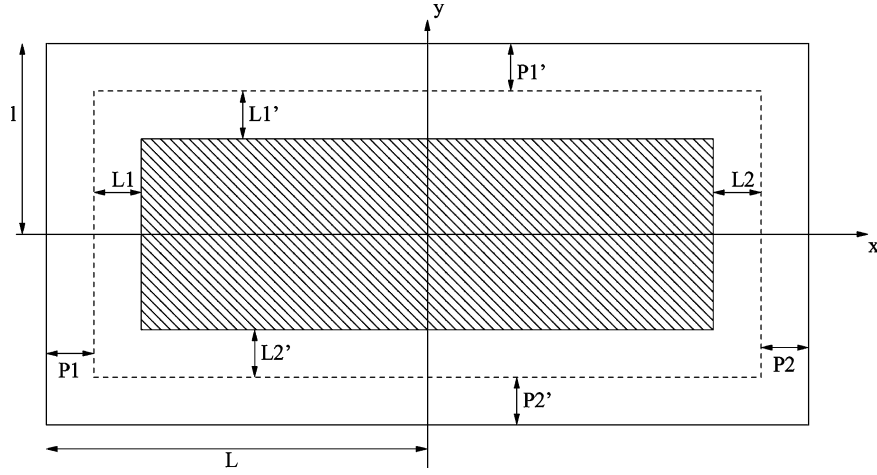


Fig. 3. Geometry of the tapered rough surface.

surface should be assumed perfectly conducting under vertically-polarized illumination around and beyond the Brewster angle. On the contrary, the conductivity has no effect on the horizontal Fresnel coefficient at grazing, and the perfectly conducting model is relevant. However, following Table I, only the co-polarized horizontal amplitude S_{HH}^+ meets the correct behavior at grazing, and the cross-polarization should be considered unphysical. For the HH component of the scattering amplitude, the combination (12) as applied to (11) writes

$$S_{HH}^{dif}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} \left\{ i \sin(qh(\mathbf{r})) (k\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{m} + \omega\mu_0 \hat{\mathbf{h}} \cdot \mathbf{j}) + q \cos(qh(\mathbf{r})) \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{m} \right\} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} dS \quad (15)$$

with obvious limit $O(q)$ at grazing, now.

In the two following sections, integral (13) is solved for the right-hand side (14) associated with a horizontally-polarized incident plane wave. The horizontal component of the scattering amplitude is computed from (15) and radar cross section is estimated by Monte Carlo average. The whole approach is called *grazing MoM*.

V. VALIDATION AT NON-GRAZING ANGLES

In this section, the *grazing MoM* is compared to the classical implementation of the MoM (denoted *beam MoM* thereafter), where the surface roughness is not bounded, but is enlightened by a tapered polarized beam with Gaussian envelope. Of course, only non-grazing incidence may be addressed here. The beam MoM has itself been validated by comparison with experimental data in [29], and has been used as a reference in numerous published works. All Monte Carlo averages have been performed on 200 samples.

The first studied surface has an isotropic Gaussian correlation function with height root mean square $h = 0.083\lambda$ and correlation radius $\ell = 0.5\lambda$, λ denoting the electromagnetic wavelength. The incidence angle is 60° from the normal. For the beam MoM, the rough surface is sampled at 8 points per wavelength and, in order to avoid edge effects, is set 64λ long and 32λ wide. The number of surface unknowns is thus $N = 131072$.

For the grazing MoM, the surface area can be reduced, since the only requirement is that the dimensions of the rough part of the surface are much larger than the correlation radius. Here, the surface is square with sides $2L = 2l = 16\lambda$, parameters $L1 = L1' = L2 = L2' = 2\lambda$ and plateaus of 1λ (see Section IV and Fig. 3). With a sampling step of one eighth wavelength, the number of surface unknowns $N = 16384$ is lowered by a factor eight, in comparison with the beam MoM.

Fig. 4 shows a comparison between the grazing MoM and the beam MoM co-polarized normalized radar cross section (NRCS), versus the scattering angle in the plane of incidence, for a non-grazing incidence of 60° . It is expected to find some discrepancy between the two curves in the region of the specularly reflected beam, from 50° to 75° , as only incoherent scattering is considered for the grazing MoM, while it is total scattering for the beam MoM. As predicted by formula (15), the grazing MoM NRCS vanishes at forward and backward low-grazing angles, while the beam MoM NRCS, being estimated through a formula similar to (11), show non null limits. This explains discrepancies between the plots for angles lower than -85° or higher than $+85^\circ$. Outside these regions, the two methods coincide fairly well. One can also notice a slight vertical shift between the two curves over the whole diagram. This comes from the value of the area A that normalizes the NRCS $\sigma^0 = \sigma/A$ in the case of the grazing MoM, which should refer to the area of the rough part. This definition is however ambiguous, since the Hanning function makes a smooth transition between the plane and the roughness over distances set by parameters $L1$ and $L2$. Here, the normalizing area has been set to $A = (2L - ((L1 + L2)/2) - P1 - P2)(2l - ((L1' + L2')/2) - P1' - P2')$.

As a rigorous method, the grazing MoM predicts cross-polarization. In this case, formula (11) has to be used for computation of the scattering amplitude. For validation purpose, the VH component of the NRCS is plotted in the plane of incidence in Fig. 5 and compared to the beam MoM. The incident field of the grazing MoM is a perfectly horizontally-polarized plane wave. On the contrary, in the beam MoM, the surface is enlightened by a superposition of plane waves of which polarization cannot

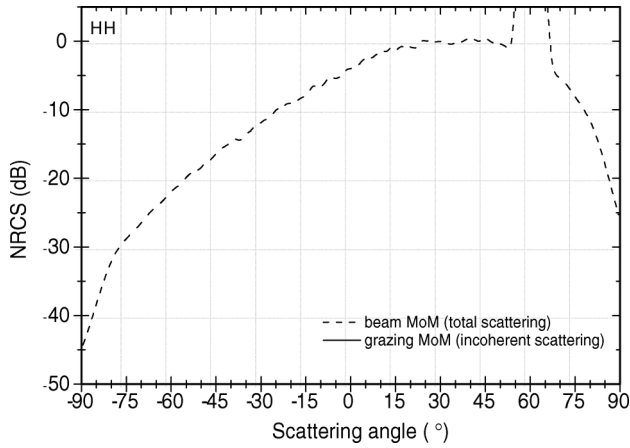


Fig. 4. Co-polarized component of the normalized scattering cross-section at 60° incidence and Horizontal polarization versus scattering angle in the plane of incidence for the grazing MoM and the beam MoM. The surface is perfectly conducting with 0.083λ height root mean square and an isotropic Gaussian correlation function of radius 0.5λ .

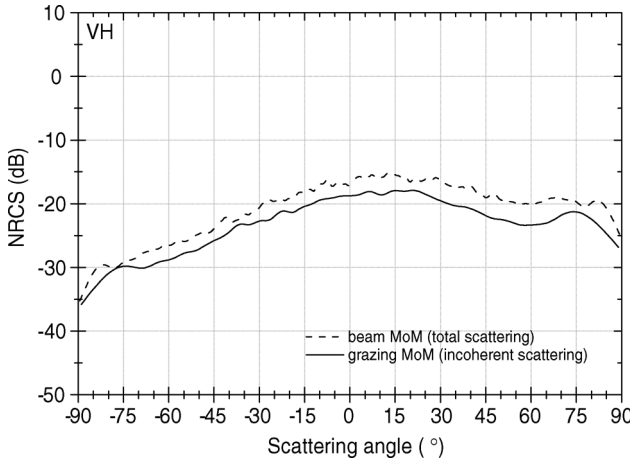


Fig. 5. Cross-polarized component of the normalized scattering cross-section at 60° incidence and Horizontal polarization versus scattering angle in the plane of incidence for the grazing MoM and the beam MoM. The surface is perfectly conducting with 0.083λ height root mean square and an isotropic Gaussian correlation function of radius 0.5λ .

be perpendicular to the plane of incidence [11]. Therefore, reflection of such a beam on a mere plane gives a field that comprises a non-zero vertically-polarized component. In the same way, the cross-polarized NRCS predicted by the beam MoM for a rough surface is overestimated. This explains the difference between the two curves of Fig. 5. To conclude this comparison, our opinion is that the grazing MoM is better suited than the beam MoM to characterize the cross-polarized response in the plane of incidence of a rough surface.

The grazing MoM can be applied to rougher surfaces. We now consider a second roughness with 0.25λ height root mean square and 0.75λ correlation radius, and a third one, with 0.50λ height root mean square and 1.50λ correlation radius, at 60° incidence still. For these surfaces, the slope root mean square is 0.47. The size of the surface samples for both methods is unchanged. For the second case (Fig. 6), the two models also fit very well. When the surface is very rough and its correlation length exceeds the wavelength, the two MoMs differ around

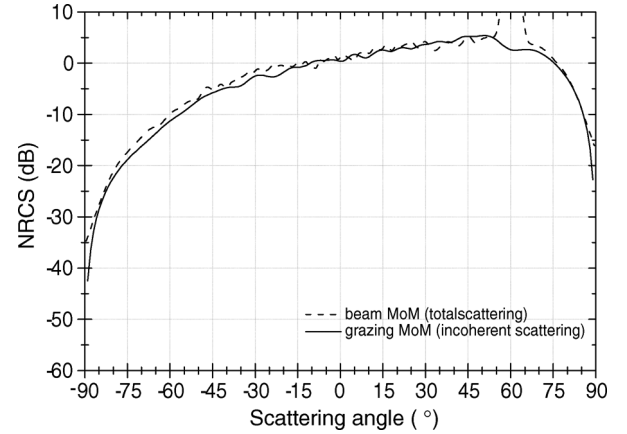


Fig. 6. Same as Fig. 4, with 0.25λ height root mean square and 0.75λ correlation radius.

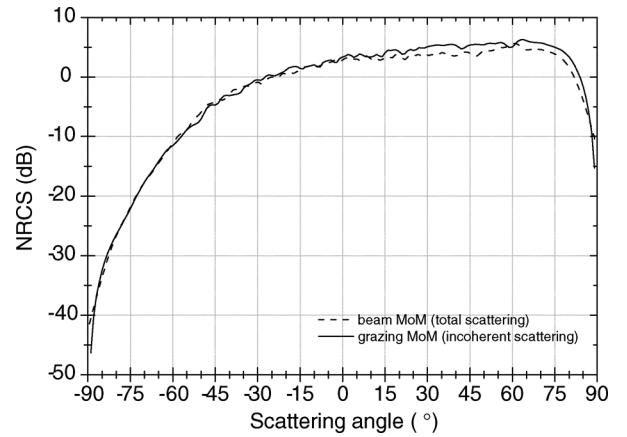


Fig. 7. Same as Fig. 4, with 0.50λ height root mean square and 1.50λ correlation radius.

the specular direction, as shown in Fig. 7. Here, the difference between the two representations of the problem—a tapered beam on an infinite roughness and a plane wave on a plane with bounded perturbation—shows off. However, comparison remains excellent for all backward angles, thus in backscattering.

These comparisons prove the validity and interest of the grazing MoM.

VI. COMPARISON WITH APPROXIMATE METHODS

The grazing MoM, as a numerical solution of the rigorous scattering problem, can be used to check the validity of approximate models at low-grazing incidence, the backscattering direction being of particular interest for remote sensing applications. High-frequency asymptotics such as the Kirchhoff-tangent plane approximation or the Geometrical Optics, mainly suited for predicting scattering around the forward direction, will not be addressed here. We thus focus on the small perturbation method (SPM1) and the small slope approximation method (SSA1), both at first order. Note that more advanced and recently published methods such as [2] are claimed to handle low-grazing, but we think that classical methods should be tested first. For Gaussian surfaces, SPM1 is usually given to be valid

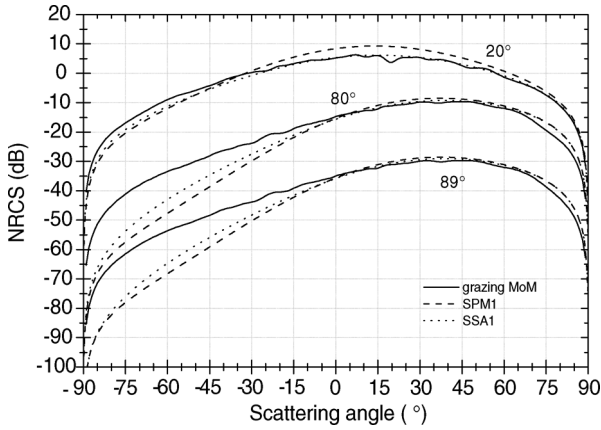


Fig. 8. Horizontal-horizontal component of the normalized scattering cross-section at 20°, 80° and 89° incidence versus scattering angle in the plane of incidence for the grazing MoM, SPM1 and SSA1. The surface is perfectly conducting with 0.083λ height root mean square and an isotropic Gaussian correlation of radius 0.5λ .

TABLE II
HORIZONTAL-HORIZONTAL COMPONENT OF THE BACKSCATTERING NRCS OF THE GRAZING MoM, SPM1 AND SSA1 IN dB FOR THREE VALUES OF THE MONOSTATIC ANGLE IN DEGREES. THE SURFACE IS PERFECTLY CONDUCTING WITH 0.083λ HEIGHT ROOT MEAN SQUARE AND AN ISOTROPIC GAUSSIAN CORRELATION OF RADIUS 0.5λ

Monostatic angle	grazing MoM	SPM1	SSA1
20	2.48	4.10	1.87
80	-45.14	-61.70	-58.79
89	-85.44	-102.87	-102.82

for height root mean square a lower than $\lambda/20$, while the criterion for SSA mixes a with the slope root mean square s : $K_0sa < 1$. From the analytical expressions of the scattering amplitude, it appear that these two methods coincide when an exponential term can be linearized at first order, namely: $\exp[i(q + q_0)h(\mathbf{r})] \simeq 1 + i(q + q_0)h(\mathbf{r})$. Therefore, SPM1 and SSA1 should agree for low-grazing backscattering angles.

The study starts with a surface with a small roughness of 0.083λ height root mean square and an isotropic Gaussian correlation of radius 0.5λ , already considered in the previous section. The height and the slope (13.2° angle root mean square) are moderate, so SSA1 should behave well. Fig. 8 shows the comparison between these two approximations and the grazing MoM. Three angles are considered, namely 20°, 80° 89°. At 20° incidence, SPM1 gives a correct indication of the shape of the scattering diagram, underestimating the NRCS between -90° and -25° and overestimating it beyond -25° , with an error always smaller that 5 dB. SSA1 is generally closer to the MoM, showing excellent accuracy on the major part of the diagram, from -30° to $+90^\circ$. However, outside this region, SSA1 underestimates the NRCS by several dB. When the angle of incidence increases, the gap between rigorous and approximate methods widens. SSA1 fits MoM on a region that goes tighter. As shown in Table II, SPM1 and SSA1 are very close to each other, but irrelevant for backscattering at low-grazing angles.

VII. CONCLUSION

This paper presents a boundary integral method for the numerical solution of the rigorous problem of wave scattering from rough surfaces under grazing illumination. The model of a locally perturbed plane is adopted: a finite patch of rough surface has its roughness flattened at the edges. The boundary formulation unknowns are not the tangential components of the total field, but those of the scattered field, defined as the contribution from the rough area. This way, the numerical domain of study is correctly bounded, even if the incident field is a plane wave. Since no tapered beam is used, the sampled area is *a priori* independent of the incidence, and low-grazing angles are at hand. No supplementary assumption such as periodic boundary conditions or resistive loading is necessary.

This approach has been implemented on two-dimensional perfectly conducting surfaces, and validated by comparison with a reference numerical solution for surfaces with Gaussian correlation functions. Finally, the scattering diagrams predicted by the small perturbation method and the small slope approximation are compared to those given by this rigorous model, the grazing MoM, in the plane of incidence for incidence angles of 20°, 80° and 89°. One can see how the performances of these methods deteriorate drastically at backward scattering angles as the incidence goes to grazing, up to 17 dB in the backscattering direction at 89° incidence for a surface with slope root mean square of 0.23.

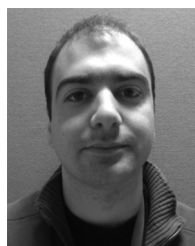
The same approach can be implemented to solve impedance or transmission problems. In such cases, hyper-singular integral operators cannot be avoided, and may require the use of more advanced discretization schemes, such as divergence-conforming basis functions.

This model is naturally aimed at investigating the numerous advanced approximate models that have appeared in the literature for the last decades [32], and sorting them in the context of low-grazing angles.

REFERENCES

- [1] G. S. Brown, *IEEE Trans. Antennas Propag. Special Issue on Low-Grazing-Angle Backscattering from Rough Surfaces*, vol. 46, pp. 1–2, 1998.
- [2] A. Ishimaru, J. D. Rockway, and Y. Kuga, “Rough surface Green’s function based on the first-order modified perturbation and smoothed diagram methods,” *Waves Random Media*, vol. 10, pp. 17–31, 2000.
- [3] A. Ishimaru, J. D. Rockway, Y. Kuga, and S.-W. Lee, “TE and TM Green’s function for coherent and incoherent propagation over a finitely conducting rough surface,” *Radio Sci.*, vol. 37, pp. 1–13, 2002.
- [4] D. Holliday, L. L. DeRaad, and G. J. St-Cyr, “Forward-backward: A new method for computing low-grazing angle scattering,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 44, pp. 722–729, 1996.
- [5] D. A. Kapp and G. Brown, “A new numerical method for rough surface scattering calculations,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 44, pp. 711–721, 1996.
- [6] K. F. Warnick and W. C. Chew, “Numerical simulation methods for rough surface scattering,” *Waves in Random Media*, vol. 11, no. 1, pp. 1–30, 2001.
- [7] M. Saillard and A. Sentenac, “Rigorous solutions for electromagnetic scattering from rough surfaces,” *Waves Random Media*, vol. 11, pp. R103–R137, 2001.
- [8] M. Saillard and D. Maystre, “Scattering from random rough surfaces: A beam simulation method,” *J. Optics*, vol. 19, no. 4, pp. 173–176, 1988.
- [9] E. I. Thorsos, “The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering using a gaussian roughness spectrum,” *J. Acoust. Soc. Am. A*, vol. 82, pp. 78–92, 1989.

- [10] J. T. Johnson, "Surface currents induced on a dielectric half-space by a Gaussian beam: An extended validation for point matching method of moment codes," *Radio Sci.*, vol. 32, pp. 923–934, 1997.
- [11] H. Braunisch, Y. Zhang, C. O. Ao, S. E. Shih, Y. E. Yang, K. H. Ding, and J. A. Kong, "Tapered wave with dominant polarization stat for all angles of incidence," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 48, pp. 1086–1096, 2000.
- [12] D. Maystre, "Electromagnetic scattering from perfectly conducting rough surfaces in the resonance region," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 31, pp. 885–895, 1983.
- [13] J. V. Toporkov, R. S. Awadallah, and G. S. Brown, "Issues related to the uses of a Gaussian-like incident field for low-grazing-angle scattering," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 16, pp. 176–186, Jan. 1999.
- [14] J. T. Johnson, "A numerical study of low-grazing-angle backscatter from ocean-like impedance surfaces with the canonical grid method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 46, pp. 114–120, 1998.
- [15] D. E. Barrick, "Near-grazing illumination and shadowing of rough surfaces," *Radio Sci.*, vol. 30, pp. 563–580, May 1995.
- [16] R. Chen and J. C. West, "Analysis of scattering from rough surfaces at large incidence angles using a periodic-surface moment method," *IEEE Trans. Geophys. Remote Sensing*, vol. 33, no. 5, pp. 1206–1213, Sep. 1995.
- [17] T. Senior and V. Liepa, "Backscattering from tapered resistive strips," *IEEE Trans. Antennas Propag. [Legacy, pre-1988]*, vol. 32, no. 7, pp. 747–751, 1984.
- [18] R. Haupt and V. Liepa, "Synthesis of tapered resistive strips," *IEEE Trans. Antennas Propag. [Legacy, pre-1988]*, vol. 35, no. 11, pp. 1217–1225, 1987.
- [19] Z. Zhao, L. Li, J. Smith, and L. Carin, "Analysis of scattering from very large three-dimensional rough surfaces using MLFMM and ray-based analyses," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 47, no. 3, pp. 20–30, 2005.
- [20] J. C. West, "On the control of edge diffraction in numerical rough surface scattering using resistive tapering," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 51, no. 11, pp. 3180–3183, 2003.
- [21] A. Meier and S. N. Chandler-Wilde, "On the stability and convergence of the finite section method for integral equation formulations of rough surface scattering," *Math. Methods Appl. Sci.*, vol. 24, no. 4, pp. 209–232, 2001.
- [22] V. I. Tartarskii and M. Charnotskii, "On the universal Behavior of scattering from a rough surface for small grazing angles," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 46, pp. 67–72, 1998.
- [23] D. Colton and R. Kress, *Integral Equations in Scattering Theory*. New York: Wiley-Interscience, 1983.
- [24] P. A. Martin and P. Ola, "Boundary integral equations for the scattering of electromagnetic waves by a homogeneous dielectric obstacle," *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, vol. 123A, pp. 185–208, 1993.
- [25] A. G. Voronovich, *Wave Scattering From Rough Surfaces*. Berlin: Springer-Verlag, 1994.
- [26] D. E. Barrick, "Grazing behavior of scatter and propagation above any rough surface," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 46, pp. 73–83, 1998.
- [27] I. M. Fuks, V. I. Tartarskii, and M. Charnotskii, "Behavior of scattering from a rough surface at small grazing angles," *Waves Random Media*, vol. 9, pp. 295–305, 1999.
- [28] K. Pak, L. Tsang, C. H. Chan, and J. T. Johnson, "Backscattering enhancement of electromagnetic waves from two-dimensional perfectly conducting random rough surfaces based on Monte Carlo simulations," *J. Opt. Soc. Amer. A*, vol. 12, pp. 1491–1499, 1995.
- [29] G. Soriano and M. Saillard, "Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional rough surfaces with impedance approximation," *J. Opt. Soc. Amer. A*, vol. 18, no. 1, pp. 124–133, 2001.
- [30] S. Q. Li, C. H. Chan, M. Y. Xia, B. Zhang, and L. Tsang, "Multilevel expansion of the sparse-matrix canonical grid method for two-dimensional random rough surfaces," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 47, no. 4, pp. 752–763, April 2001.
- [31] G. Soriano, C.-A. Guérin, and M. Saillard, "Scattering by two-dimensional rough surfaces: Comparison between the method of moments, kirchhoff and small-slope approximations," *Waves Random Media*, vol. 12, pp. 63–83, 2002.
- [32] T. Elfouhaily and C. A. Guérin, "A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces," *Waves Random Media*, vol. 14, pp. R1–R40, 2004.



Philippe Spiga was born in Draguignan, France, in 1980. He received the M.S. degree in physics from the Paul Cezanne University, Marseille, France, in 1996. He is currently working toward the Ph.D. degree at DCNS, Toulon, France.

He is also on the Electromagnetic Compatibility Team collaborating with the Laboratoire de sondage électromagnétique de l'environnement terrestre [LSEET] at the Fresnel Institute, Marseille. He works on the surface scattering at grazing angle.



Gabriel Soriano was born in Paris, France, in 1972. He received the M.S. and Ph.D. degrees in physics from Paul Cezanne University, Marseille, France, in 1996 and 2000, respectively.

He is currently an Associate Professor at the Paul Cezanne University and is also a member of the ElectroMagnetical and Optical remote Sensing (SEMO) team at the Fresnel Institute, Marseille. He works on wave scattering from rough surfaces and associated numerical methods.



Marc Saillard was born in Marseille, France, in 1961. He received the "Agrégation" degree in physics, in 1985, and the Ph.D. degree in 1990 from the University of Marseille, France.

From 1990 to 1997, he was an Assistant Researcher at the Electromagnetic Optics Laboratory, National Center for Scientific Research (CNRS). In 1997, he joined the University of Marseille as a Professor where he ran the Remote Sensing Group of the Fresnel Institute. In 2003, he moved to the University of Toulon, Toulon, France, as a Professor, where he joined the Laboratoire de sondage électromagnétique de l'environnement terrestre (LSEET). His professional interests lie in surface and volume scattering, inverse scattering, and remote sensing.

A Cutoff Invariant Two-Scale Model in Electromagnetic Scattering From Sea Surfaces

Gabriel Soriano and Charles-Antoine Guérin

Abstract—The two-scale model (TSM) is one of the most frequently employed approaches in scattering from multiscale surfaces such as ocean surfaces. It consists of combining geometrical optics (GO) with the small-perturbation model (SPM) to be able to cope with both the small- and large-scale components of the surface. However, well-known shortcomings of this method are the arbitrariness of the dividing scale and the sensitivity of the scattering cross section to the choice of this parameter. We propose to replace SPM with the first-order small-slope approximation (SSA1) to treat the small-scale roughness and derive the formulas for the corresponding TSM, referred to as GO-SSA. We show that GO-SSA is robust to the choice of the frequency cutoff and give a numerical illustration for the sea surface.

Index Terms—Ocean scattering, small slope approximation (SSA), two-scale model (TSM).

I. INTRODUCTION

THE composite-surface model, or two-scale model (TSM) [1]–[4], is currently the most employed for calculation of ocean-surface scattering. In this model, the surface is considered as a superposition of long waves and short ripples. The contribution of each kind of roughness to the scattering process is then treated differently. The formulation of the TSM varies with authors and applications: radar backscattering coefficient, surface brightness temperature, etc.

In its simplest expression, the TSM combines geometrical optics (GO) for long waves and the small-perturbation method at first order (SPM1) for short waves. In terms of scattering cross section, it can be symbolically summarized as follows:

$$\text{GO} - \text{SPM} = \text{GO} + \text{SPM1} * (\text{pdf slopes}). \quad (1)$$

The TSM relies on a cutoff parameter, which divides the elevation spectrum into small- and large-scale waves. In the derivation of this model, the cutoff frequency is chosen large enough to ensure that the exponential quantities involving the small-scale wave correlation function can be linearized (see, e.g., the discussion in [5]). However, the applicability of the GO to the remaining long-wave components is not guaranteed, as there is, in general, no common regime for Bragg and GO scattering from ocean surfaces. Therefore, some authors recommend that values of the cutoff be obtained by comparison with experimental data or numerical simulations [6], [7]. This

value will change with the electromagnetic (EM) frequency but also with the incidence angle and the wind condition. Another weakness of (1) is that GO-SPM is at least equal to the GO and that small-scale roughness has no impact on this term. Since Wright in 1968 [1], several advanced methods have been published that can theoretically cope with the ocean-surface scattering at any frequency (see, e.g., [8], for a review). However, these methods are often complex, and their application to multiscale surfaces, such as the ocean, can quickly become tricky and computationally intensive. The aim of this letter is to show that, with minimum change, the TSM can be made more reliable in the sense that its dependence on the cutoff is relegated to a position of secondary importance.

The main idea is that SPM1 has too tight of a validity domain and should be replaced with the small-slope approximation [9], [10] at first order (SSA1). This method has a wider validity domain than SPM1 while being of the same complexity as a mere Kirchhoff approximation. Furthermore, it has been shown [11] to be very accurate on the ocean elevation spectrum as long as the lowest frequency components of the spectrum are truncated. However, the main weakness of SSA1 is its inconsistency with GO for large scales, which makes it unable to cope with the longest ocean waves (except at low EM frequency and/or low wind speed). This is why SSA1 cannot be used alone to treat the whole ocean surface and has to be incorporated in a TSM. Nevertheless, its domain of validity is sufficiently large to allow a displacement of the cutoff toward nonresonant frequencies in the validity domain of GO. Therefore, we propose to combine the GO for long waves and SSA1 for short waves in an improved TSM, called GO-SSA. In Section II, a complete development of the GO-SSA is given. For the convenience of the practitioner, we provide explicit formulas of the GO-SSA model in Section III. In Section IV, the GO-SSA applied to the unified directional ocean spectrum [12] is proved to be quasi independent of the cutoff. A numerical illustration is given for both the monostatic and the bistatic case.

II. FORMULATION OF THE MODEL

We consider a rough surface Σ , centered about the horizontal (x, y) plane separating vacuum (upper medium) from a homogeneous medium with complex relative permittivity ε_r (lower medium). The surface is illuminated from above by a unitary plane wave $e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}}$ with wave vector \mathbf{K}_0 , where $\mathbf{R} = (x, y, z)$ is the 3-D position vector. The scattered waves in the upper medium are labeled by their wave vector \mathbf{K} . The scattering tensor \mathbb{S} associated with the surface is defined by

$$\mathbf{E}_s = -i \frac{e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}}}{R} \mathbb{S}(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0) \mathbf{E}_0 \quad (2)$$

Manuscript received November 13, 2006; revised September 18, 2007.

G. Soriano is with the Université Paul Cezanne, Institut Fresnel UMR CNRS 6133, 13397 Marseille Cedex 20, France.

C.-A. Guérin was with the Université Paul Cezanne, Institut Fresnel UMR CNRS 6133, 13397 Marseille Cedex 20, France. He is now with the Laboratoire de Sondages Electromagnétiques de l'Environnement Terrestre, Université du Sud-Toulon Var, 83597 La Garde, France.

Digital Object Identifier 10.1109/LGRS.2008.915746

where \mathbf{E}_s is scattered far field at distance R and in direction \mathbf{K} and \mathbf{E}_0 is the incident polarization. As usual, in the TSM, the surface elevation is decomposed into small- and large-scale components. We assimilate the large-scale component to a succession of adjoining randomly tilted plane facets with the same projected area A . We denote \mathbf{n}_j as the unit normal vector of the j th facet and \mathbf{R}_j as the position vector of its center. The small-scale component h_s is a stationary centered Gaussian random process with rms deviation $\sigma_s = \langle h_s^2 \rangle^{1/2}$, superimposed on the facets along their normal direction. Hence, the surface is described by the position vector

$$\mathbf{R}_{|\Sigma} = \tilde{\mathbf{r}} + h_s(\tilde{\mathbf{r}})\mathbf{n} \quad (3)$$

where $\tilde{\mathbf{r}}$ is a vector along the large-scale facet, \mathbf{n} is the local normal vector, and h_s is understood as a function of two coordinates in the framework of this facet. We suppose that there is no correlation between the successive facet slopes nor between the small- and large-scale processes. Our analysis relies on the fundamental assumption that the rough facets scatter coherently yet without coupling. We therefore write

$$\mathbb{S}(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0) = \sum_{j \in \mathbb{Z}^2} \mathbb{S}_j \quad (4)$$

with the convention that \mathbb{S}_j is the scattering amplitude of the j th facet illuminated by a truncated plane wave $e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}} \Pi_A(\mathbf{R} - \mathbf{R}_j)$. Here, the cutoff function Π_A delimits the region of space whose vertical projection falls within the area A : $\Pi_A(x, y, z) = 1$ if $(x, y) \in A$, else $\Pi_A(x, y, z) = 0$. The scattering amplitude of each rough facet will be calculated by means of SSA1, evaluated in its local framework. We now proceed with the evaluation of the coherent and incoherent cross sections, which are related to the mean and fluctuation of the scattering amplitude over the roughness process. We denote by $\langle \cdot \rangle_s$, $\langle \cdot \rangle_L$, and $\langle \cdot \rangle_{s,L}$ the ensemble average over small-, large-, and composite scales, respectively. At this stage, it is convenient to introduce the Ewald vector $\mathbf{Q} = \mathbf{K} - \mathbf{K}_0$. We denote $q_\perp^j = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n}_j$ and $\mathbf{q}_\parallel^j = \mathbf{Q} - q_\perp^j \mathbf{n}_j$ as its normal and in-plane component, respectively, with respect to a facet with normal \mathbf{n}_j . The scattering amplitude of the j th facet under SSA1 is given by

$$\mathbb{S}_j = \frac{2\pi}{q_\perp^j} e^{-i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}_j} \mathbb{B}(\mathbf{K}; \mathbf{K}_0; \mathbf{n}_j) \times \frac{1}{4\pi^2} \int d\tilde{\mathbf{r}} \Pi_A(\tilde{\mathbf{r}}) e^{-i\mathbf{Q} \cdot [\tilde{\mathbf{r}} + h(\tilde{\mathbf{r}})\mathbf{n}_j]} \quad (5)$$

where the vector $\tilde{\mathbf{r}}$ runs over the facet and $\mathbb{B}(\mathbf{K}; \mathbf{K}_0; \mathbf{n}_j)$ is the Bragg scattering tensor associated with the tilted plane. Performing an ensemble average over small scales, we obtain the coherent component of each facet

$$\langle \mathbb{S}_j \rangle_s = \frac{2\pi}{q_\perp^j} e^{-i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}_j} \mathbb{B}(\mathbf{K}; \mathbf{K}_0; \mathbf{n}_j) e^{-\frac{1}{2}(q_\perp^j \sigma_s)^2} \times \frac{1}{4\pi^2} \int d\tilde{\mathbf{r}} \Pi_A(\tilde{\mathbf{r}}) e^{-i\mathbf{q}_\parallel^j \cdot \tilde{\mathbf{r}}} \quad (6)$$

The integration variable can be converted to a horizontal variable \mathbf{r} through the correspondence

$$d\tilde{\mathbf{r}} \rightarrow (1 + s_j^2)^{1/2} d\mathbf{r} \quad \Pi_A(\tilde{\mathbf{r}}) \rightarrow \Pi_A(\mathbf{r}) \quad \mathbf{q}_\parallel^j \cdot \tilde{\mathbf{r}} \rightarrow \mathbf{q}_H + q_z s_j \cdot \mathbf{r}$$

where $q_z = \mathbf{Q} \cdot \hat{\mathbf{z}}$ and $\mathbf{q}_H = \mathbf{Q} - q_z \hat{\mathbf{z}}$ designate the vertical and horizontal components of the Ewald vector, respectively. Hence

$$\langle \mathbb{S}_j \rangle_s = \frac{2\pi}{q_\perp^j} e^{-i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}_j} \mathbb{B}(\mathbf{K}; \mathbf{K}_0; \mathbf{n}_j) e^{-\frac{1}{2}(q_\perp^j \sigma_s)^2} \times (1 + s_j^2)^{1/2} \hat{\Pi}_A(\mathbf{q}_H + q_z s_j) \quad (7)$$

where $\hat{\Pi}_A$ is the 2-D Fourier transform of Π_A

$$\hat{\Pi}_A(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\mathbb{R}^2} d\mathbf{r} e^{-i\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{r}} \Pi_A(\mathbf{r}). \quad (8)$$

Typically, the facet is much larger than the incident wavelength so that the function $\hat{\Pi}_A$ is sharply peaked around the local specular direction. Hence, the involved quantities must be evaluated at the specular slope

$$\mathbf{s}_j \rightarrow -\mathbf{q}_H / q_z \quad \mathbf{n}_j \rightarrow \hat{\mathbf{Q}} := \frac{\mathbf{Q}}{Q}. \quad (9)$$

The Bragg scattering tensor in the local specular direction can be expressed [8] through the Fresnel reflection operator (see Section III for explicit definitions)

$$\mathbb{B}(\mathbf{K}; \mathbf{K}_0; \hat{\mathbf{Q}}) = \frac{Q^2}{2} \mathbb{R} \left(\frac{\mathbf{K} + \mathbf{K}_0}{2}; \hat{\mathbf{Q}} \right). \quad (10)$$

Altogether, this gives the coherent contribution of a single facet

$$\langle \mathbb{S}_j \rangle_s = e^{-i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}_j} \mathbb{V} \hat{\Pi}_A(\mathbf{q}_H + q_z \mathbf{s}_j) \quad (11)$$

where we have introduced the tensor

$$\mathbb{V} = 2\pi e^{-(Q\sigma_s)^2/2} \frac{Q^2}{2q_z} \mathbb{R} \left(\frac{\mathbf{K} + \mathbf{K}_0}{2}; \hat{\mathbf{Q}} \right). \quad (12)$$

Further averaging over the large scales under the assumption that the facet altitudes $H_j = \mathbf{R}_j \cdot \hat{\mathbf{z}}$ and slopes \mathbf{s}_j are Gaussian and independent random variables leads to

$$\langle \mathbb{S}_j \rangle_{s,L} = \mathbb{V} e^{-(q_z \sigma_L)^2/2} e^{-i\mathbf{q}_H \cdot \mathbf{r}_j} \left[\hat{\Pi}_A(-q_z \cdot) * P \right] (-\mathbf{q}_H / q_z) \quad (13)$$

where $\sigma_L = \langle H_j^2 \rangle_L$ is the large-scale rms height, P is the pdf of slopes, and the asterisk stands for the convolution. The incoherent scattering cross section is obtained by normalizing the scattered intensity by an increasing illuminated area. It can therefore be written as

$$\sigma(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{NA} \sigma_N(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0) \quad (14)$$

where σ_N is the intensity produced by the illumination of N facets, each of which has projected area A

$$^{112} \sigma_N(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0) = \sum_{|j|, |j'| \leq N} \left[\langle \mathbb{S}_j \mathbb{S}_{j'}^* \rangle_{s,L} - \langle \mathbb{S}_j \rangle_{s,L} \langle \mathbb{S}_{j'}^* \rangle_{s,L} \right]. \quad (15)$$

Here, S_j refers to any of the four components of the scattering tensor in a polarization basis. Now, we can decompose each elementary scattering amplitude into a mean and fluctuating part with respect to the small-scale average

$$S_j = \langle S_j \rangle_s + \delta S_j. \quad (16)$$

The assumption that the facets' slopes are independent implies that both the mean and fluctuating part of the local scattering amplitudes are uncorrelated from one facet to another, leading to

$$\sigma(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0) = \frac{1}{A} \left(\langle \langle |\delta S_j|^2 \rangle_s \rangle_L + \langle |\langle S_j \rangle_s|^2 \rangle_L - |\langle S_j \rangle_{s,L}|^2 \right). \quad (17)$$

The first term is the incoherent cross section of SSA1 applied to small scales in their local framework and averaged over large-scale slopes

$$\frac{1}{A} \langle \langle |\delta S_j|^2 \rangle_s \rangle_L = \langle \sigma_{\text{SSA1}}(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0; \mathbf{n}) \rangle_L. \quad (18)$$

The remaining contribution in (17) is the variance over large scales, $\text{Var}(\langle S_j \rangle_s)_L$, of the small-scale coherent field, normalized by the area

$$\frac{\text{Var}(\langle S_j \rangle_s)_L}{A} = \frac{|V|^2}{A} \left(\left| \widehat{\Pi}_A(-q_z) \right|^2 * P - e^{-(q_z \sigma_L)^2} \left| \widehat{\Pi}_A(-q_z) * P \right|^2 \right) (-\mathbf{q}_H/q_z). \quad (19)$$

Here, V stands for any component of \mathbb{V} in the polarization basis. When the facet area A is much larger than the EM wavelength, we have $\widehat{\Pi}_A(\boldsymbol{\xi}) \sim \delta(\boldsymbol{\xi})$ and $|\widehat{\Pi}_A(\boldsymbol{\xi})|^2 \sim A/(4\pi^2)\delta(\boldsymbol{\xi})$. On the other hand, the large-scale rms height σ_L and slope s_L tend to zero as the facet size is increased, since there are fewer and fewer scales beyond this dividing scale. Hence, we have also $P(\boldsymbol{\xi}) \rightarrow \delta(\boldsymbol{\xi})$ in the limit $A \rightarrow \infty$, and the term (19) must be handled with caution. If the support of the function P is much smaller than that of $\widehat{\Pi}_A$ (i.e., $q_z^2 A s_L^2 \ll 1$), then we can first replace P with a delta function in the convolution to obtain

$$\frac{\text{Var}(\langle S_j \rangle_s)_L}{A} = \frac{|V|^2}{4\pi^2} \delta(\mathbf{q}_H) \left(1 - e^{-(q_z \sigma_L)^2} \right). \quad (20)$$

If on the contrary $q_z^2 A s_L^2 \gg 1$, then it is $\widehat{\Pi}_A$ that plays the role of a delta function in the convolution, and we have

$$\frac{\text{Var}(\langle S_j \rangle_s)_L}{A} \simeq \frac{|V|^2}{4\pi^2 q_z^2} P(-\mathbf{q}_H/q_z). \quad (21)$$

Note that the contribution arising from the latter term in (19) is negligible in that case, since for Gaussian pdf, it is of the order $P^2/(q_z^2 A) \sim P/(q_z^2 A s_L^2)$. Since σ_L and s_L have the same monotonic behavior with respect to the facet size, we chose to condense (20) and (21) into a single approximate form

$$\frac{\text{Var}(\langle S_j \rangle_s)_L}{A} = \frac{|V|^2}{4\pi^2 q_z^2} P(-\mathbf{q}_H/q_z) \left[1 - e^{-(q_z \sigma_L)^2} \right]. \quad (22)$$

Altogether, the two-scale incoherent cross section can be written

$$\sigma(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0) = \langle \sigma_{\text{SSA1}}(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0; \mathbf{n}) \rangle_L + \left(1 - e^{-(q_z \sigma_L)^2} \right) \times e^{-Q^2 \sigma_s^2} \left| R \left(\frac{\mathbf{K} + \mathbf{K}_0}{2}; \widehat{\mathbf{Q}} \right) \right|^2 \frac{Q^4}{4q_z^4} P(-\mathbf{q}_H/q_z) \quad (23)$$

which holds for any of the four components of the involved quantities in a polarization basis. The first term is the orientation average over large-scale slopes of the local SSA1 cross section applied to the small scale. The second term is identified as the usual GO cross section of large scales damped by an exponential attenuation factor due to the small-scale coherent field. The main result of this paper can thus be summed up in the symbolic equation as follows:

$$\text{GO} - \text{SSA} = \text{GO} \times e^{-Q^2 \sigma_s^2} \left[1 - e^{-(q_z \sigma_L)^2} \right] + \text{SSA1} * (\text{pdf slopes}). \quad (24)$$

A consistency test on this formula can be performed by inspecting the limiting cases. GO is plainly recovered in the absence of small scale ($\sigma_s = 0$) and for large Rayleigh parameter ($q_z \sigma_L \gg 1$). If the large-scale components are set to zero, the pdf of slope becomes a delta function, and the incoherent cross section reduces to that of SSA1. The qualitative behavior of each of the terms as the cutoff frequency ($K_c \sim A^{-1/2}$) is varied makes GO-SSA robust to the latter. Indeed, moving K_c toward high frequencies diminishes the small-scale rms and the SSA1 incoherent cross section. This is, however, compensated by the increase of the damping exponential factor due to small-scale roughness.

Note that this factor has already appeared in the literature, in earlier attempts to modify the TSM, by treating the small-scale part with a different theory from SPM, essentially the Kirchhoff approximation [13]–[15].

III. EXPLICIT FORMULAS FOR THE GO-SSA MODEL

For the convenience of the practitioner, we provide explicit formulas of the GO-SSA model in the standard polarization basis. To avoid tedious use of change of basis matrices, it is convenient to express the SSA1 scattering amplitude in a dyadic form, which is not bound to the choice of a reference framework. The Bragg scattering matrix involved in SSA1 can be written as per [8], [16]

$$\mathbb{B}(\mathbf{K}; \mathbf{K}_0; \mathbf{n}) = -\frac{\varepsilon - 1}{2} K^2 \left[1 - \widehat{\mathbf{K}} \widehat{\mathbf{K}}_0 + \mathbb{R}(\mathbf{K}; \mathbf{n}) \right] \times \left[1 + \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) \mathbf{n} \mathbf{n} \right] \left[1 - \widehat{\mathbf{K}}_0 \widehat{\mathbf{K}}_0 + \mathbb{R}(\mathbf{K}_0; \mathbf{n}) \right]$$

with $\widehat{\mathbf{K}} = \mathbf{K}/K$ and $\widehat{\mathbf{K}}_0 = \mathbf{K}_0/K$. The involved Fresnel reflection operator is given by

$$\mathbb{R}(\mathbf{K}; \mathbf{n}) = \sum_{i=1,2} r_i(K_\perp) \mathbf{p}_i^+(\mathbf{K}; \mathbf{n}) \mathbf{p}_i^-(\mathbf{K}; \mathbf{n}) \quad (25)$$

where $K_\perp = |\mathbf{K} \cdot \mathbf{n}|$ is the absolute normal component of the wave vector and r_1 and r_2 are the Fresnel reflection coefficients

in vertical and horizontal polarization, respectively, evaluated at the local angle. We have denoted \mathbf{p}_i^\pm as the vectors forming the canonical polarization basis in the framework of the tilted plane for upgoing (\mathbf{p}_i^+) and downgoing (\mathbf{p}_i^-) plane waves. They are given by

$$\mathbf{p}_2^\pm(\mathbf{K}; \mathbf{n}) = \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{K}}{\|\mathbf{n} \times \mathbf{K}\|}$$

$$\mathbf{p}_1^\pm(\mathbf{K}; \mathbf{n}) = \frac{1}{K}(\mathbf{K}_\parallel \pm K_\perp \mathbf{n}) \times \mathbf{p}_2^\pm(\mathbf{K}; \mathbf{n})$$

with $\mathbf{K}_\parallel = \mathbf{K} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{n} \mathbf{n}$. Each of the components of the incoherent SSA1 cross section, $\langle \sigma_{\text{SSA1}}^{ji}(\mathbf{K}, \mathbf{K}_0; \mathbf{n}) \rangle_L$, is obtained through

$$\left\langle |\mathbf{p}_j^+(\mathbf{K}; \hat{\mathbf{z}}) \mathbb{B}(\mathbf{K}; \mathbf{K}_0; \mathbf{n}) \mathbf{p}_i^-(\mathbf{K}_0; \hat{\mathbf{z}})|^2 \mathcal{L}(\mathbf{Q}; \mathbf{n}) \right\rangle_L \quad (26)$$

where i and j denote the incident and scattered polarization, respectively. Here, the function \mathcal{L} is given by

$$\mathcal{L}(\mathbf{Q}; \mathbf{n}) = \frac{1}{4\pi^2} e^{-q_\perp^2 \sigma_s^2} \int_{\mathbb{R}^2} d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{q}_\parallel \cdot \mathbf{r}} \left[e^{q_\perp^2 C(\mathbf{r})} - 1 \right] \quad (27)$$

where $C(\mathbf{r}) = \langle h(0)h(\mathbf{r}) \rangle_s$ is the correlation function of the small-scale process. In the literature, the Fourier transform of the ocean correlation, the elevation spectrum

$$\Psi(k, \varphi) = \frac{B(k)}{2\pi k^4} (1 + \Delta(k) \cos 2\varphi) \quad (28)$$

is generally expressed in polar coordinates (k, φ) , $\varphi = 0$ being the upwind direction, with the help of the omnidirectional curvature spectrum $B(k)$ and the spreading function $\Delta(k)$ [12]. Consequently, the small-scale correlation in polar coordinates can be written as $C(r, \theta) = C_0(r) + C_2(r) \cos 2\theta$ with

$$C_0(r) = \int_{k>K_c} \frac{B(k)}{k^3} J_0(kr) dk$$

$$C_2(r) = - \int_{k>K_c} \frac{B(k)\Delta(k)}{k^3} J_2(kr) dk. \quad (29)$$

Under the assumption that the small-scale roughness is weakly anisotropic: $K^2 C_2 \ll 1$, integral (27) is also a sum $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_2 \cos 2\varphi$ with

$$\mathcal{L}_0 = \frac{e^{-q_\perp^2 \sigma_s^2}}{2\pi} \int_0^\infty \left[e^{q_\perp^2 C_0(r)} - 1 \right] J_0(q_\parallel r) r dr$$

$$\mathcal{L}_2 = - \frac{q_\perp^2}{2\pi} \int_0^\infty C_2(r) e^{q_\perp^2 C_0(r)} J_2(q_\parallel r) r dr \quad (30)$$

and $\mathbf{q}_\parallel = (q_\parallel, \varphi)$ in polar coordinates.

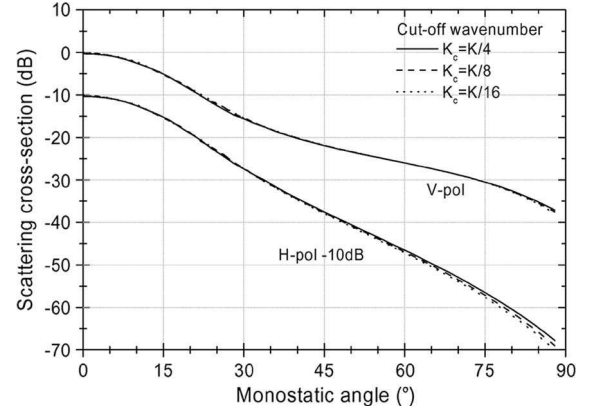


Fig. 1. Ocean backscattering cross section at Ku-band ($f = 14.6$ GHz) predicted by the GO-SSA versus the monostatic incidence angle, along wind, for a wind speed of 15 m/s and for three values of the cutoff wavenumber. For clarity, a 10-dB attenuation has been applied to the horizontally polarized component.

Numerical evaluation of (29) and (30) is quite tricky, due to oscillating and slowly decreasing integrands. However, increasing the cutoff wavenumber K_c makes the computation easier.

IV. NUMERICAL RESULTS AND CONCLUSION

The GO-SSA model has been applied to the unified directional ocean spectrum [12]. The sea is fully developed, with a wind speed at 15 m/s. EM frequency is in Ku-band, at 14.6 GHz. A monostatic configuration has been chosen, in the plane along the wind. The scattering cross section predicted by GO-SSA is plotted versus the monostatic incidence angle in Fig. 1 for three different values of the cutoff wavenumber: $K_c = K/4, K/8, K/16$, where K is the EM wavenumber. Only copolarized components of the scattered field are shown, VV and HH, and a 10-dB attenuation has been applied to the HH signal to distinguish the two curves around normal incidence. As one can see, the value of the cutoff has the following minor impact on the monostatic diagram: the curves $K_c = K/4$ and $K_c = K/16$ are always closer than 1 dB, except in HH beyond 65° . Note that differences between ocean-spectrum models can induce larger errors. Due to slope modulation, the TSM models give a nonzero cross-polarization in the plane of incidence, which is absent for GO, SPM1, and SSA1 taken separately. These components are discarded, since cross-polarization is a multiple-scattering effect that cannot be handled by combining two single-scattering methods.

The backscattering cross section of Fig. 1 is, following expression (24), the sum of two terms, a damped GO term, $\text{GO} \times e^{-Q^2 \sigma_s^2} [1 - e^{-(q_z \sigma_L)^2}]$, and an SSA1 term averaged over large slopes, $\text{SSA1} * (\text{pdf slopes})$. The contribution of each term is shown in Fig. 2 for vertical polarization and three different values of the cutoff. For $K_c = K/4$, the larger term is GO at small angles ($< 20^\circ$) and SSA at larger angles. At smaller cutoffs, $K_c = K/8$, the SSA term dominates everywhere. For $K_c = K/16$, the contribution of the GO term at nadir is as low as 0.2 dB.

Fig. 3 shows a comparison of GO-SSA with GO-SPM at various values of the cutoff ($K_c = K/16, K/8, K/3$). The

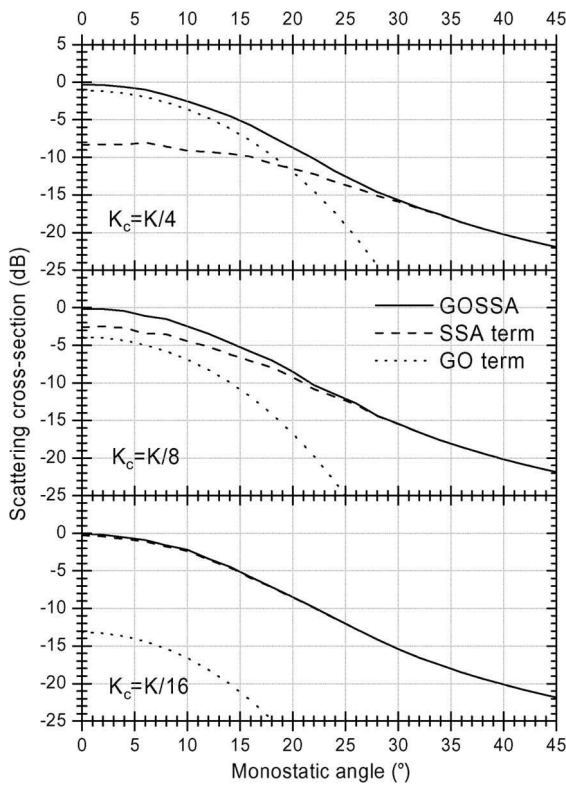


Fig. 2. Contribution of the GO term $GO \times e^{-Q^2 \sigma_s^2} [1 - e^{-(q_z \sigma_L)^2}]$ and of the SSA term $SSA1 * (\text{pdf slopes})$ to the ocean VV backscattering cross section at Ku-band ($f = 14.6$ GHz) versus the monostatic incidence angle, along wind, for a 15-m/s wind speed and for the cutoff wavenumbers $K_c = K/4, K/8, K/16$.

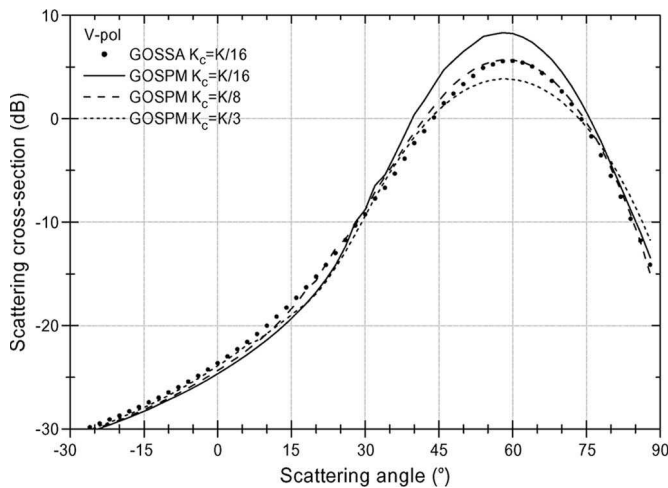


Fig. 3. V-polarized ocean bistatic cross section at L-band ($f = 1.25$ GHz) versus the scattering angle (plane of incidence), along wind, for a 5-m/s wind speed, predicted by GO-SPM for three values of the cutoff wavenumber and GO-SSA.

configuration is bistatic, with an incidence angle of 60° at L-band frequency (1.25 GHz) and for low wind speed (5 m/s). Only the VV component is shown. Due to the damping exponential factor, the diagrams differ around the specular direction, where GO is dominant: here, from 30° to 90° . Replacing SPM1 by SSA1 in the convolution by the pdf of large-scale slopes has also an impact, as it appears on the diagrams between -30° and 30° , where GO-SSA has a larger scattering cross section than

GO-SPM regardless of the cutoff. It is interesting to note that the value of the cutoff has a dramatic impact on the level of both GO and SSA taken separately, even though the sum of these two terms remains stable.

To conclude, we have shown in this letter how the principal weakness of the classical TSM for ocean scattering, namely, its dependence on the cutoff, can be amended. The improved model GO-SSA combines two first-order methods, GO and SSA1. The cutoff can be set to nonresonant scales such as $K_c = K/16$, its exact value being unimportant.

ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank Prof. J. T. Johnson for useful comments on the manuscript and to the anonymous referees for their very constructive remarks. This paper is dedicated to the memory of our friend Tanos Elfouhaily.

REFERENCES

- [1] J. W. Wright, "A new model for sea clutter," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-16, no. 2, pp. 217–223, Mar. 1968.
- [2] G. R. Valenzuela, "Theories for the interaction of electromagnetic and oceanic waves—A review," *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 13, no. 1–4, pp. 61–85, Jan. 1978.
- [3] G. Brown, "Backscattering from a Gaussian-distributed perfectly conducting rough surface," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-26, no. 3, pp. 472–482, May 1978.
- [4] F. G. Bass and I. M. Fuks, *Wave Scattering From Statistically Rough Surfaces*. New York: Pergamon, 1979.
- [5] D. R. Thompson, "Calculation of radar backscatter modulations from internal waves," *J. Geophys. Res.*, vol. 93, no. C10, pp. 12 371–12 380, 1988.
- [6] J. T. Johnson, R. T. Shinan, J. A. Kong, L. Tsang, and K. Pak, "A numerical study of the composite surface model for ocean backscattering," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 36, no. 1, pp. 72–83, Jan. 1998.
- [7] D. R. Thompson, T. M. Elfouhaily, and J. L. Garrison, "An improved geometrical optics model for bistatic GPS scattering from the ocean surface," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 43, no. 12, pp. 2810–2821, Dec. 2005.
- [8] T. Elfouhaily and C. A. Guérin, "A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces," *Waves Random Media*, vol. 14, no. 4, pp. R1–R40, Oct. 2004.
- [9] A. G. Voronovich, *Wave Scattering From Rough Surfaces*, ser. Springer Series on Wave Phenomena. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1994.
- [10] A. G. Voronovich, "Small-slope approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-spaces," *Waves Random Media*, vol. 4, no. 3, pp. 337–367, Jul. 1994.
- [11] G. Soriano, C. A. Guérin, and M. Saillard, "Scattering by two-dimensional rough surfaces: Comparison between the method of moments, Kirchhoff and small-slope approximations," *Waves Random Media*, vol. 12, no. 1, pp. 63–88, Jan. 2002.
- [12] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandemark, "A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves," *J. Geophys. Res.*, vol. 102, no. C7, pp. 15 781–15 796, Jul. 1997.
- [13] S. T. McDaniel, "Diffractive corrections to the high-frequency Kirchhoff approximation," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 79, no. 4, pp. 952–957, Apr. 1986.
- [14] J. C. Novarini and J. W. Caruthers, "The partition wavenumber in acoustic backscattering from a two-scale rough surface described by a power-law spectrum," *IEEE J. Ocean. Eng.*, vol. 19, no. 2, pp. 200–207, Apr. 1994.
- [15] B. Chapron, K. Katsaros, T. Elfouhaily, and D. Vandemark, "A note on relationships between sea surface roughness and altimeter backscatter," in *Proc. Sel. Papers 3rd Int. Symp. Air-Water Gas Transf.*, 1995, pp. 869–878.
- [16] C. A. Guérin and A. Sentenac, "Second-order perturbation theory for scattering from heterogeneous rough surfaces," *J. Opt. Soc. Amer. A, Opt. Image Sci.*, vol. 21, no. 7, pp. 1251–1260, Jul. 2004.

Doppler Spectra From a Two-Dimensional Ocean Surface at L-Band

Gabriel Soriano, Maminirina Joelson, and Marc Saillard, *Member, IEEE*

Abstract—An approximate time-harmonic three-dimensional electromagnetic boundary-integral method, the small-slope integral equation, is combined with a series expansion of the Creamer surface representation at second order with respect to the height, denoted by Creamer (2). The resulting model provides at low numerical cost simulations of the nonlinear ocean surface Doppler spectrum at L-band. As a result of approximations, the model is designed for a low-wind speed, typically up to 5 m/s. It is shown that applying directly a second-order model such as Creamer (2) to a semiempirical sea surface spectrum induces an unrealistic magnification of small-scale roughness that is involved in the scattering process at microwave frequencies. This paper thus proposes an undressed version of the Pierson–Moskowitz spectrum that corrects this artifact. Full-polarized Doppler simulations at L-band and 70° incidence are presented. Effects of the surface nonlinearities are outlined, and the simulated Doppler spectra show correct variations with respect to wind speed and direction.

Index Terms—Doppler radar, nonlinear wave propagation, remote sensing, sea surface electromagnetic scattering.

I. INTRODUCTION

ELECTROMAGNETIC wave scattering from the sea surface has been intensively studied, experimentally as well as theoretically, for now more than half a century. To take benefit from the fluid motion and get much more information than the average scattering coefficient, one can perform a coherent integration in time with a Doppler radar. Indeed, surface waves moving at different speeds provide different Doppler frequency shifts. This is particularly useful in a monostatic configuration. The square modulus of the time Fourier transform of the complex backscattered field is called the Doppler spectrum and represents the basic information we refer to in this paper.

For the open sea, techniques using coherent microwave radars to retrieve oceanographic information are now well established. In the high-frequency (HF) domain, Crombie [1] explained the Doppler spectrum by the Bragg scattering process. For shorter radar wavelengths, Wright [2] and Bass *et al.* [3]

proposed composite surface models that include hydromodulation of the wavelets by long waves. Concurrently, Barrick and Weber [4], [5] developed a perturbative model, more accurate and analytic, based on a representation of a sea surface up to second order in terms of hydrodynamic combined with a second-order electromagnetic scattering model (SPM2). This SPM2 model is the first one to support the double contribution from nonlinear interactions between water waves and electromagnetic effects. It has been extensively used with a success under various situations for the HF and very high frequency (VHF) bands.

Here, the focus is on the probing of the costal area. To capture small-scale changes that characterize such an environment, one has to raise the frequency up to at least microwaves. As only the gravity waves of the ocean surface are considered, we use the lower part of the microwave band, namely L-band (between 1 and 2 GHz, following the IEEE standard radar band nomenclature). From an electromagnetic point of view, standard low-frequency approximations or composite surface models no longer hold at those frequencies, and one has to turn toward more rigorous modelization. Lentz [6] started numerical simulation of the ocean surface by solving the rigorous harmonic boundary value problem. Rino *et al.* [7] performed Doppler spectrum simulations with surfaces generated according to the nonlinear model by Creamer *et al.* [8]. More recently, Toporkov and Brown [9], [10] combined the method of ordered multiple interactions with the fast multipole method to address L-band and the low grazing angles. For other nonlinear ocean surface models, see Johnson *et al.* [11] and Hayslip *et al.* [12]. However, those numerical simulations cannot predict quantitatively the radar return, since they address a simplified two-dimensional (2-D) representation of the problem. The surface profile is assumed to be invariant along one direction [one-dimensional (1-D) surface], the wind and the radar beam directions being enforced to coincide.

In the present study, we present numerical Doppler spectrum simulations of a 2-D wind-driven sea surface at L-band. To our knowledge, as far as Doppler spectrum simulation is concerned, the paper constitutes the first attempt of a three-dimensional (3-D) electromagnetic simulation. Following the previous works [7], [9], we combine a boundary-integral equation for electromagnetic scattering with a Creamer nonlinear surface. In order to reduce the numerical computation time and the required central memory to acceptable values, additional approximations will be done on both the electromagnetic and the hydrodynamic models. An approximate electromagnetic boundary-integral equation is considered, the small-slope integral equation (SSIE) recently developed by Saillard and

Manuscript received August 11, 2005; revised January 16, 2006. This work was supported by the Department Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication of Centre National de la Recherche Scientifique in the frame of Equipe Projet Multilaboratoires entitled L-band Active Ocean Remote Sensing.

G. Soriano is with the Université Paul Cezanne, Institut Fresnel Unité Mixte de Recherche (UMR) Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) 6133, 13397 Marseille Cedex 20, France.

M. Joelson is with the Université d'Avignon, Dpt Physique UMR Climat, Solet Environnement (CSE), Faculté des Sciences, Avignon 84000, France.

M. Saillard is with the Université du Sud Toulon-Var, Laboratoire de Sondage Electromagnétique de l'Environnement Terrestre UMR CNRS 6017, La Garde Cedex 83957, France.

Digital Object Identifier 10.1109/TGRS.2006.873580

Sentenac [13]. For the hydrodynamic model, we expand the Creamer formalism in a perturbative series up to the second order, restricting the model to light winds (typically up to 5 m/s measured at 10-m height). The first-order term corresponds to a linear surface, and is thus carried out using the spectral method on a semiempirical sea surface spectrum. However, the influence of the nonlinear hydrodynamic effects increase with radar frequency and led us to undress this spectrum [14] such that superimposing the second-order term makes it match the original one. Note that this was not necessary with HF and VHF radars, since the longer surface waves are hardly modified. We present simulations on a directional Pierson–Moskowitz (PM) spectrum for wind speeds ranging from 2 to 4 m/s and for various values of the wind direction. At this stage, the influence of the shape of the coast or of superposition of swell is not considered. Effect on the nonlinearity of the surface on the Doppler spectrum is investigated, and the sensitivity of the model to wind speed and direction is studied.

Experimental data have shown that horizontal (HH) and vertical (VV) Doppler spectra may exhibit strongly different shapes, in particular at grazing angles [15]–[21]. This has been interpreted as the manifestation of bound waves and/or non-Bragg scattering effects due to, e.g., breaking waves [17]. In this paper, both vertical and horizontal polarizations are considered for the incident and scattered field, and differences between polarizations are outlined. Our motivation for computing the cross-polarized components comes from our wish of vanishing the single-scattering contribution, which strongly dominates the copolarized signature at low winds, to clearly exhibit higher order contributions.

This paper is organized as follows. In Section II, the outlines of the hydrodynamic model, starting from the general principle of the spectral method, are described. We focus first on the linear surface that is the comparative reference to our nonlinear model. Then, we present the nonlinear model based on the Creamer model and the technical aspects of the sea surface simulation with regards to the required computation cost and the physical processes. The section ends with the formulation of the undressed spectrum. Section III presents the electromagnetic model, while Section IV is devoted to results and comments. The paper ends with a section for concluding remarks and perspectives.

II. OCEAN SURFACE MODEL

A modeling L-band radar Doppler spectra from the ocean requires an accurate description of the sea surface motion. One of the main difficulties lies in the fact that the geometry of the sea surface is of complex character, involving nonlinear wave interactions and random aspect.

The general solution of the sourceless linearized hydrodynamic equations is a linear sum of independent harmonic waves with undetermined amplitudes and propagating in accordance with the dispersion relation of free waves. A linear superposition of harmonic waves of which amplitude is equal to a Rayleigh-distributed random value times the square root of the sea surface spectrum with random uniformly distributed phase provides what is referred to as a linear sea surface. Motion of

such a sample is easily derived from the dispersion relation. This method of surface sample generation is called the spectral method.

However, it is now well established that interactions between harmonic waves cannot be neglected if one aims at interpreting radar Doppler spectra. The usual way of describing the sea surface motion consists in combining a perturbative approach with the spectral method described above. A linear surface is first generated and higher order corrections are obtained from expansion of hydrodynamic formulas in terms of wave interactions. Such terms fill the lack of phase relationship between various waves, which is known to be the signature of the nonlinear character. However, keeping in mind that all sea surface spectra are of semiempirical nature, thus take all wave interactions into account, this approach implicitly assumes that higher order terms do not significantly modify the part of the surface spectrum that contributes to the radar echo. This is true up to the VHF radar frequency range for which the method has yielded satisfactory results, but the assumption is no longer valid at higher frequencies.

In L-band remote sensing, it appears that if the linear surface is generated from the complete sea surface spectrum, the second-order term would create a significant roughness bias in the submetric wavelength range. Therefore, the spectrum describing the linear part of the surface has to be built such that adding higher order terms leads to the chosen semiempirical surface spectrum. In the following, the spectrum of the linear surface will be called the undressed spectrum.

A. Spectrum Function of Sea Surface

We use a spectrum function

$$P(\mathbf{k}) = \psi_{\text{PM}}(k)\phi(\theta) \quad (1)$$

constituted by a PM omnidirectional spectrum

$$\psi_{\text{PM}}(k) = \frac{\alpha}{k^4} \exp\left(-\frac{5}{4} \left(\frac{k}{k_p}\right)^2\right) \quad (2)$$

and a spreading function

$$\phi(\theta) = \mathcal{N} \left| \cos^5\left(\frac{\theta - \theta_v}{2}\right) \right| \quad (3)$$

where \mathbf{k} is the spatial wave vector of polar coordinates (k, θ) . The PM spectrum depends on two parameters $\alpha = 4.05 \cdot 10^{-3}$ and the spectrum peak wavenumber k_p which is function of the wind speed (see Table III for numerical values). In the spreading function expression, the wind orientation angle θ_v denotes the direction from where the wind is blowing, following the standard definition used in meteorology. In all simulations, the horizontal projection of the incident electromagnetic wave vector has a null polar angle. Thus, $\theta_v = 0$ means that the radar is looking upwind. $\mathcal{N} = 1 / \int_{-\pi}^{+\pi} \cos^5(\theta/2) d\theta = 15/16$ is a normalization factor.

TABLE I
STATISTICS OF A GENERATED SURFACE OF AREA $100\lambda \times 100\lambda$ AND
 $N = 512 \times 512$ SAMPLING POINTS FOR A 3-m/s WIND SPEED
($k_p = 0.73$ rad/s) AND A WIND DIRECTION $\theta_v = 0^\circ$

Surface	Root mean square		
	Height	Slope (x)	Slope (y)
Linear	55.25mm	0.102	0.081
Creamer(2)	55.50mm	0.146	0.112

B. Linear Simulation

As said above, we adopt in this paper the spectral method under the spatially homogeneous and time-stationary hypothesis. All the Fourier components of the linear surface are completely independent with random phases. This implies Gaussian statistics for the water height and all its derivatives. Formulation of such a surface is

$$\eta(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbf{k}} \int_{\omega} A(\mathbf{k}, \omega) \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \quad (4)$$

where $\eta(\mathbf{x}, t)$ is the sea surface elevation at spatial location \mathbf{x} for the time t . Also, the complex amplitude $A(\mathbf{k}, \omega)$ would be taken as function of the square root of the spectrum formula $P(\mathbf{k})$. For gravity waves, formula (4) is completed by a dispersion relation $\omega^2 = gk$, and time dependence becomes trivial. We simulate a linear sea surface by discretizing the formula (4). The simulated sea surface elevation is taken as the real part of the Fourier transform in (4) according to the dispersion relation. Discretized forms of the simulation write as

$$\eta_t(\mathbf{x}) = \text{Re} \sum_{\mathbf{k}} A_t(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \quad (5)$$

where the complex amplitude

$$A_t(\mathbf{k}) = \gamma(\mathbf{k}) \sqrt{2P(\mathbf{k}) \delta k_x \delta k_y} e^{-i\omega t}$$

and γ is a complex Gaussian process with zero mean and unity standard deviation.

The sum (5) can be efficiently performed by inverse fast Fourier transform (FFT): $\eta_t = \text{Re} \mathcal{F}^I[A_t]$. The discretization steps $\delta k_x = 2\pi/L_x$ and $\delta k_y = 2\pi/L_y$ are thus related to the dimensions or periods L_x and L_y of the surface. The generation of one linear surface with N sampling points involves a number of floating-point operations of order $N \log N$.

In order to check the simulation, we compute some statistical characteristics of the generated surface. The root mean square (rms) values of height and slopes in both directions x and y are written in Table I. Length and area in the simulation are expressed in electromagnetic wavelength units (here $\lambda = 25$ cm). Of interest is that the rms height value computed directly from the PM formula gives 0.221λ and then appears to compare well with values in Table I.

C. Nonlinear Simulation

An approach to carry out nonlinear models involves per-¹⁹turbation techniques around the water surface level at rest

TABLE II
CHARACTERISTICS OF NONLINEAR SURFACE GENERATION METHODS

Method	Hamiltonian	order	numerical cost
Barrick-Weber	complete	2	N^2
Creamer	truncated	∞	N^2
Creamer (2)	truncated	2	$N \log N$

to determine the higher order corrections to the linearized solution. This was used successfully in remote sensing in the past by different authors, in particular Valenzuela [22]. The general principle of the perturbation technique is that higher order terms are nonlinear functions of the linearized solution. However, implementation of these models is of high numerical cost (N^2), preventing their use for a Monte Carlo simulation on 2-D surfaces.

Another way to simulate nonlinear effect is the Hamiltonian formalism under the weak wave-turbulence theory, of which extensive applications have been made in the fields of water surface waves since the fundamental work of Zakharov [23]. In this study, we will make use of a recent formulation of the Hamiltonian formalism as given by [8], also considered by Toporkov and Brown for 1-D sea surfaces [9].

The Creamer formulation writes as a nonlinear transformation of the Hilbert transform of the linear surface. In 2-D, this Hilbert transform is defined as a vector. At a given time t , its expression, derived from (4), is

$$\mathbf{h}_t(\mathbf{x}) = \text{Re} \sum_{\mathbf{k}} \left(-i \frac{\mathbf{k}}{k} \right) A_t(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}. \quad (6)$$

The Hilbert transform can be computed by FFT, at a $N \log N$ cost.

The Creamer nonlinear transform writes

$$C_t(\mathbf{k}) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x}} \frac{\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{h}_t(\mathbf{x})) - 1}{k} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}. \quad (7)$$

However, this transform cannot be computed by FFT, since the term $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{h}_t(\mathbf{x}))$ depends on both \mathbf{k} and \mathbf{x} . At last, the Creamer method reveals to have also a N^2 numerical cost. To circumvent these difficulties, we expand the exponential operator as a series. Then, the nonlinear transform writes $C_t = \sum_{n \geq 1} C_t^n$, with

$$C_t^n(\mathbf{k}) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{x}} \frac{(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{h}_t(\mathbf{x}))^n}{n!k} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}. \quad (8)$$

One can verify that the first order of this series C_t^1 identifies with A_t , that is, with the linear surface, when the second order is given by

$$C_t^2 = -\frac{k_x^2}{2k} \mathcal{F}^D [h_{tx}^2] - \frac{k_x k_y}{k} \mathcal{F}^D [h_{tx} h_{ty}] - \frac{k_y^2}{2k} \mathcal{F}^D [h_{ty}^2]. \quad (9)$$

Therefore, a second-order Creamer surface can be obtained by $\eta_t = \text{Re} \mathcal{F}^I[A_t + C_t^2]$. Table II summarizes the characteristics of the Creamer method.

TABLE III
PARAMETERS OF THE UNRESSED SPECTRUM AGAINST THE WIND SPEED

Wind speed (m/s)	k_p (rad/m)	k_c (rad/m)	p
2	1.64	8.0	4.30
3	0.73	8.0	4.85
4	0.41	4.0	4.85

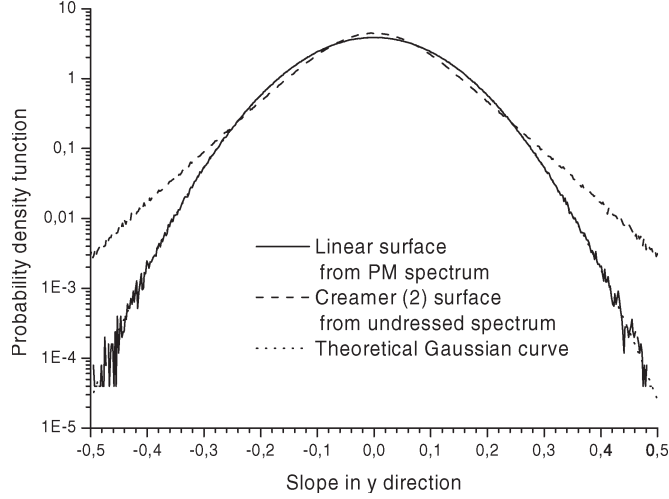


Fig. 1. Slopes probability distribution functions in the y direction computed over 48 surface samples.

Statistics of the linear and Creamer (2) simulations can be compared in Table I. The rms height remains unchanged, but the slopes are strongly increased, about one half. This indicates an unrealistic magnification of the small-scale roughness, which leads in Section IV-A to an overestimation of the cross section (Fig. 3).

D. Undressed Spectrum

In order to correct this artifact about small-scale behavior, one must use the undressed spectrum as an input of the model instead of the semiempirical sea surface spectrum. In our opinion, there is no clear method in the hydrodynamic theory to undress one of the semiempirical sea spectra available in the literature. The present procedure is thus empirical. To prevent the unrealistic magnification of small-scale roughness in the Creamer (2) surface, we propose an undressed spectrum ψ_u with reduced small-scale roughness. The Creamer (2) transform of a surface generated by the spectral method applied to the undressed spectrum is called a Creamer (2) undressed surface

$$\psi_u(k) = \begin{cases} \psi_{PM}(k), & k < k_c \\ \beta k^{-p}, & k > k_c. \end{cases} \quad (10)$$

Coefficient $\beta = k_c^p \psi_{PM}(k_c)$ ensures the continuity of the undressed spectrum at wavenumber $k = k_c$. The two parameters k_c and p have been determined numerically for different values of the wind speed (Table III) so that the Creamer (2) undressed surfaces possess the same height and slopes root mean squares as the linear PM surface. As one can see, the undressed spectrum decreases faster than the PM spectrum for wavenumbers higher than k_c .

The linear PM surfaces and the Creamer (2) undressed surfaces have different probability distribution functions. The slope distributions in the y direction for the two surfaces is represented in Fig. 1. By definition, the linear PM surface slopes are Gaussian. Being nonlinear, the Creamer (2) surface is also non-Gaussian.

Note that this undressed spectrum, rather than the complete PM spectrum, should be used in perturbative models like SPM2 at L.

III. ELECTROMAGNETIC SCATTERING MODEL

Rino *et al.* [7] (see also Toporkov and Brown [9]) have shown how a frequency-domain integral-equation-based numerical method can be applied to time-varying surfaces. However, a deterministic ocean Doppler spectrum requires the computation of some hundreds of time-harmonic scattered fields, one for each time step, and statistical results are typically obtained by averaging over 100 Doppler spectra. Therefore, one understands that such a simulation is numerically intensive, and is made possible for 2-D surfaces only with a fast harmonic integral equation method.

Following the boundary-integral formalism, the tangential components of the fields on the surface are the two unknowns of the scattering problem. The Stratton–Chu equations for the lower medium state that the relationship between the tangential components of the electric and magnetic fields, the surface impedance, is an integral relationship. For highly reflecting materials (HRIEs) like the ocean surface at microwave frequency, the lower medium Green's function shows a fast, exponential decreasing behavior. The surface impedance is thus a very short-range integral relationship, and can be assumed to be local. This local impedance has been derived by Marvin and Celli [24] and depends on the local curvatures of the surface.

The four Stratton–Chu equations include integro-differential operators with hypersingular kernels [25]. However, these equations can be linearly combined in order to produce two nonhypersingular equations. The surface impedance can be inserted into one of these equations to produce a single nonhypersingular integral equation for HRIEs [13], [26]. This equation is an extension of the magnetic field integral equation for nonperfectly conducting surfaces. It has similar singularity, and can be numerically solved through the same techniques.

The HRIE can be solved without supplementary approximation by use of the sparse matrix flat surface iterative approach [27]. However, the computing time scales as N^2 , where N is the number of surface unknowns. And the method is very random access memory (RAM) demanding for surfaces with a large correlation length such as the ocean surface.

We take a further step toward the ocean surface in [28]. In this paper, the sparse matrix flat surface iterative approach is simplified by considering the Meecham–Lysanov approximation [29]. In the boundary-integral formalism, the interaction between two points of the surface is modeled by the Green's function and its derivatives. The Green's function itself is a function of the distance between the interacting points. The Meecham–Lysanov approximation consists in neglecting the height difference z in the distance $r = \sqrt{d^2 + z^2}$. When the equation is cast into a matrix-vector form, the interaction

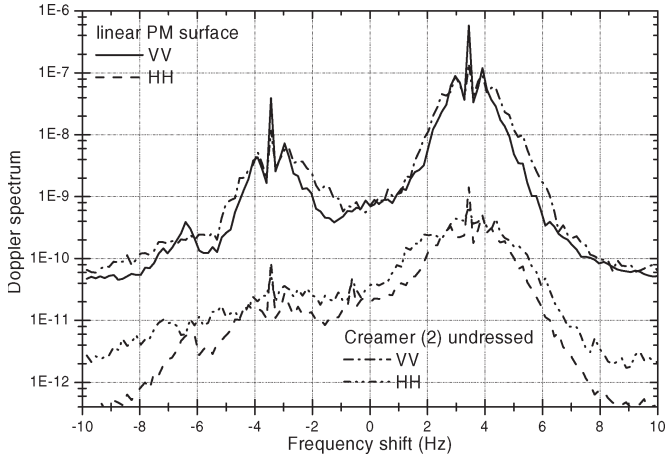


Fig. 2. Comparison between the linear PM and the Creamer (2) undressed surface copolarized Doppler spectrum. Electromagnetic frequency is 1.2 GHz, incidence is 70° , wind speed is 3 m/s, and wind direction is 60° .

matrix reveals a 2-D Toeplitz structure. The linear system is solved iteratively, and the matrix-vector product is performed by 2-D FFTs. The computing time and RAM required by the method scale, respectively, as $N \log N$ and N .

This approximation is a small-slope approximation since a small height difference z compared to the horizontal distance d corresponds to a small slope: $z/d = p \ll 1$. Our method is called the SSIE. Its theoretical validity domain is $K\sigma s \ll 1$, where K denotes the electromagnetic wavenumber in vacuum, σ and s are, respectively, the height and slope root mean squares of the surface. Numerical experiments have shown in [28] that this domain can be extended for copolarized scattering to values of the product $K\sigma s$ equal and even slightly superior to one.

The incident field is a Gaussian beam. For grazing angles of incidence, the minimum enlightened 2-D surface scales as θ_g^{-3} , with $\theta_g = \pi/2 - \theta_i$ being the grazing angle (see the Appendix). The number of surface unknowns N evolves in the same way.

IV. NUMERICAL RESULTS

At the working electromagnetic frequency of 1.2 GHz ($\lambda = 0.25$ m), the ocean complex relative permittivity is $\epsilon = 73.5 + i61.0$ for average values of the sea surface temperature and salinity [30]. For a 4-m/s wind speed, the peak wavelength $\lambda_p = 2\pi/k_p$ is around 15 m. Samples are square surfaces of $100\lambda = 25$ m sides, sampled with 512 points in each direction, and incidence is set to the maximum value for such a surface length, that is 70° . The Doppler computation is realized with $N_t = 128$ time steps of $\delta t = 40$ ms. The Monte Carlo average is performed over 48 Doppler spectrum samples. Note that no additional Doppler shift due to the wind drift current of the water surface is taken into account in the presented simulations.

A. Effects of the Surface Nonlinearities

For this study of the effects of the surface nonlinearities on the Doppler spectrum, the wind speed is set to 3 m/s, and the wind direction is 60° from the plane of incidence.

Fig. 2 compares the Doppler spectrum for a nonlinear surface, derived by applying the Creamer (2) transform to surfaces generated from the undressed PM spectrum (10), with that from

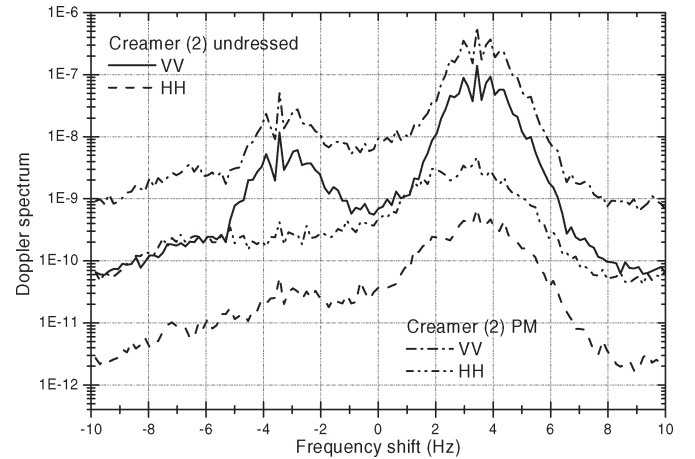


Fig. 3. Comparison between copolarized Doppler spectra derived from PM surface spectrum and the undressed surface spectrum. Electromagnetic frequency is 1.2 GHz, incidence is 70° , wind speed is 3 m/s, and wind direction is 60° .

the linear PM surface. For the sake of clarity, only copolarized components are shown. The two Doppler spectra are close to each other, but significant differences have to be noticed. The most obvious effect of nonlinearities is the increase of the level of Doppler spectra for all frequency shifts except at Bragg frequency (with one exception for vertical polarization in the vicinity of -6 Hz). It is interesting to notice that for a linear surface the Bragg lines predicted by SPM at first order clearly appear at $\pm f_B$ with $f_B = \sqrt{g \sin \theta_i} / \pi \lambda \simeq 3.4$ Hz. The decrease of their amplitude is directly linked to the decrease of the amplitude of Bragg wave when undressing the linear wave spectrum ψ_{PM} . This is obvious for VV polarization where the maxima are 6 dB below, which is exactly $10 \log(\psi_{PM}(k_B)/\psi_u(k_B))$. For HH polarization, the maxima of Bragg lines are lowered by 3 dB only because it comes with a 3-dB overall increase of the Doppler spectrum. Let us recall that for HH spectra, the behavior strongly depends on incidence angle, especially at grazing, when fast scatterers may become the main contributors [12].

These results are also consistent with remote-sensing experiments performed either in the microwave range [15] or in VHF range with big waves [31], which have shown that for such a rms-height-to-electromagnetic-wavelength ratio, Bragg lines are of the same order of magnitude as the secondary peaks which appear, especially in VV polarization, at $f = \pm f_B \pm f_p$, with $f_p = \sqrt{g k_p} / 2\pi \simeq 0.4$ Hz. These secondary peaks are also well known in ocean remote sensing, since they are predicted by the second-order small perturbation theory and observed with lower radar frequencies. Within the frame of this perturbative approach, the decreasing behavior of the side lobes away from Bragg lines is closely related to the decrease of the surface spectrum (f^{-5} here). Here, significant discrepancies from such predictions are observed, due to the contribution of higher order interactions on one hand, to the size of the incident beam [31] on the other hand.

It is interesting to note that undressing the spectrum mainly results in lowering the cross section, with minor changes of the shape of Doppler spectra. As shown in Fig. 3, the shift in VV varies from 6 dB around Bragg frequency up to 10 dB away from it, while the difference is even stronger in HH, from 8

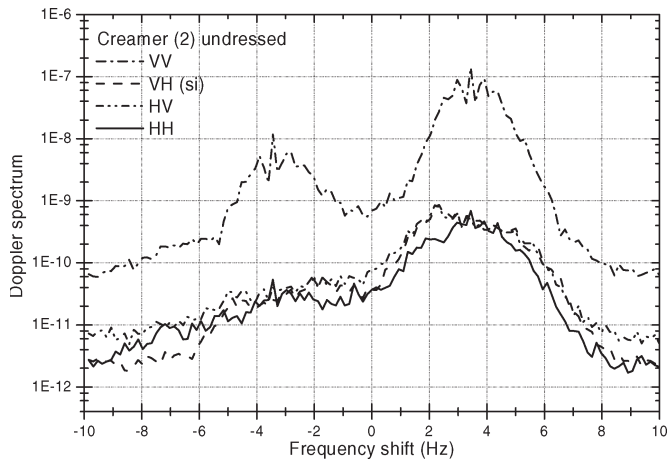


Fig. 4. Creamer (2) undressed surface co- and cross-polarized Doppler spectrum. Electromagnetic frequency is 1.2 GHz, incidence is 70° , wind speed is 3 m/s, and wind direction is 60° .

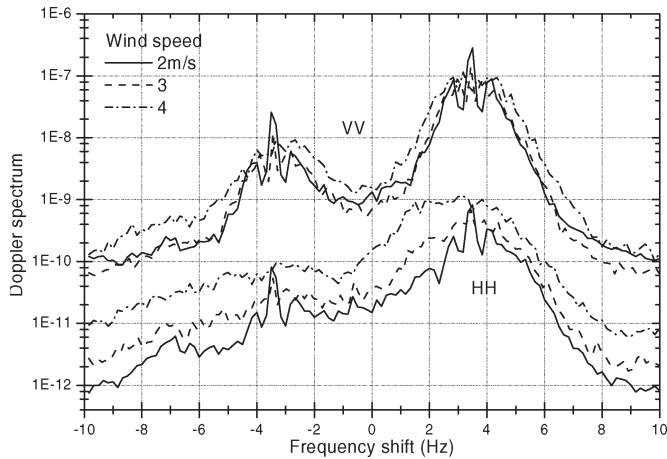


Fig. 5. Sensitivity of the ocean copolarized Doppler spectrum to the wind speed. Electromagnetic frequency is 1.2 GHz, incidence is 70° , and wind direction is 60° .

to 15 dB, respectively. Fig. 4 shows all four components of the Creamer (2) undressed surface Doppler spectrum. Since only multiple scattering contributes to cross polarization, no Bragg line occurs in HV and VH. It also appears that the cross-polarized and horizontal-copolarized components are of comparable level. In [32], this was predicted to occur at L-band above 1-m/s wind speed and for “large” incidence angles.

B. Sensitivity to Wind Speed and Direction

To be used in an inversion process, a forward model has to translate accurately the influence of the geophysical parameters of interest on the data. This section does not pretend to constitute a quantitative parametrical study, but aims at showing that the present model behaves as expected with wind characteristics, its speed and its direction.

Fig. 5 shows the copolarized Doppler spectrum for both V and H incident fields and for three values of the wind speed: 2, 3, and 4 m/s at a 10-m height. Wind direction is set to 60° from the plane of incidence.

Fig. 5 indicates that between 2 and 3 m/s, wind speed has noticeable impact on the VV Doppler spectrum mainly at Bragg

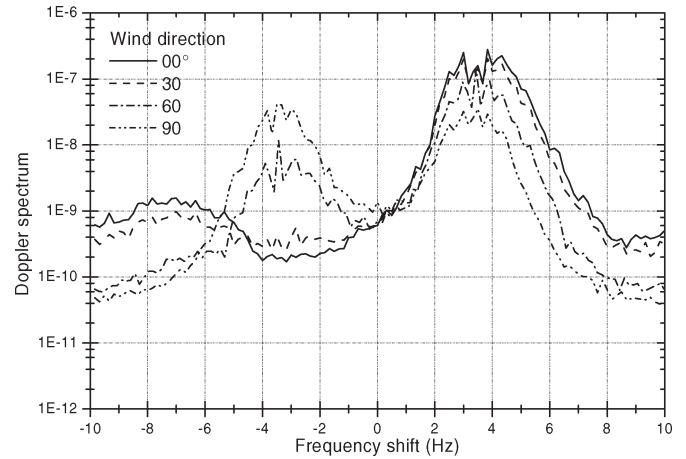


Fig. 6. Sensitivity of the ocean VV Doppler spectrum to the wind direction. Electromagnetic frequency is 1.2 GHz, incidence is 70° , and wind speed is 3 m/s.

frequency, while in HH Bragg line remains almost constant and the remaining is increased by 2 to 3 dB. As expected, Bragg lines progressively disappear when wind speed increases. Up to 3-m/s wind speed, the secondary peaks at $\pm f_B \pm f_p$ can be detected and translate accurately the increase of the wavelength of the dominant wave. Between 3 and 4 m/s, wind speed increase induces an additional broadening of the lobes, both in VV and HH. This is the signature of a strong increase of higher order contributions, probably linked to the increase of the rms height of the surface profile from $\lambda/4$ up to $\lambda/2$.

Fig. 6 shows the copolarized Doppler spectrum for a vertically polarized incident field for four representative values of the wind direction: 0° (upwind), 30° , 60° , and 90° (crosswind). Wind speed is set to 3 m/s at a 10-m height.

Note that the spreading function (3) vanishes in the downwind direction and that first-order perturbation theory predicts a difference between Bragg lines of 28 dB at 30° and 12 dB at 60° . This is very close to what is computed in VV. Whether such a spreading function is realistic or not can be discussed, but the point here is that the present model permits to derive some properties of the spreading function, especially in the decimetric range. The influence of the spreading function on the shape of Doppler spectra is left for future work.

V. CONCLUSION

It has been shown that the combination of the SSIE method for the electromagnetic scattering with a Creamer (2) model for describing a time-evolving wind-driven sea surface permits us to compute, at reasonable numerical cost, realistic full-polarized ocean Doppler spectra in L-band. The use of Creamer’s perturbative approach restricts this 3-D model to light winds. In addition, the Creamer model cannot be directly applied to a semiempirical ocean spectrum at microwave frequencies, since it would induce unrealistic magnification of small-scale roughness that mainly contributes to the radar cross section. Therefore, we have proposed an empirically undressed PM spectrum for wind speed values of 2, 3, and 4 m/s, which corrects this artifact.

122 Simulations of Doppler spectra at L-band ($\lambda = 0.25$ m) and 70° incidence, for 2-, 3-, and 4-m/s wind speeds and different

wind directions have been presented. The model has been successfully used to investigate the effect of the hydrodynamic nonlinearities, and the sensitivity of the Doppler spectrum to wind speed and direction. Copolarized components, especially VV, share some characteristics with small perturbation theory: the presence of two Bragg lines, each one shouldered by two secondary peaks. It can be concluded that a global shift of a Doppler spectrum would be detected through the shift of Bragg lines and that such an L-band Doppler radar may be useful to map surface currents. Compared to HF radars, which take benefit from surface waves, the range at L-band will be much lower but the experimental setup is much more flexible and the resolution can be improved. Therefore, such an L-band Doppler radar could be helpful for coastal current studies. To this end, it would also be important to take into account superposition of long swell to short wind waves. This is possible at moderate cost by modeling nonlinear hydrodynamic interactions as those of short waves with a surface current. In its present form, the model cannot deal with low grazing incidence angles, for numerical reasons related to memory requirements and computation accuracy, since the radar cross section decreases as the fourth power of the grazing angle.

APPENDIX

GAUSSIAN INCIDENT BEAM AT GRAZING ANGLE

A Gaussian beam is spectrally characterized by a mean direction $(k_i, 0)$, where $k_i = K \sin \theta_i$ and θ_i is the incidence angle, and dimensions $\sigma_{k_x}, \sigma_{k_y}$. The Gaussian function is not compact, but one can set a parameter n_k and limit the spectral domain of a Gaussian beam in the plane (k_x, k_y) to an ellipse of center the mean direction and half axis $a_x = (1/2)n_k\sigma_{k_x}$ and $a_y = (1/2)n_k\sigma_{k_y}$. A similar reasoning can be done in the spatial domain. The footprint of a Gaussian beam is elliptical, and can be inserted in a rectangle of dimensions $L_x = n_r\sigma_x$ and $L_y = n_r\sigma_y$. Spatial and spectral dimensions are linked by $\sigma_x\sigma_{k_x} = \sigma_y\sigma_{k_y} = 1$. The Gaussian beam is only constituted of propagative plane waves. The ellipse $((k_x - k_i)/a_x)^2 + (k_y/a_y)^2 = 1$ should thus be included into the circular propagative plane wave boundary $k_x^2 + k_y^2 = K^2$. One easily finds $a_x \leq K - k_i$, and for $a_x = K - k_i$, a_y must verify $a_y \leq \sqrt{K(K - k_i)}$. The minimum surface dimensions are thus

$$\begin{cases} L_x = \frac{n_r n_k}{2K} \frac{1}{1 - \sin \theta_i} \\ L_y = \frac{n_r n_k}{2K} \frac{1}{\sqrt{1 - \sin \theta_i}} \end{cases}$$

Parameters n_r and n_k are commonly set to 8. At the limit of grazing angles, this gives a sampled area that scales as

$$L_x L_y \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{n_r n_k}{2K} \right)^2 \theta_r^{-3}.$$

Note that n_r and n_k may depend on θ_r at grazing.

REFERENCES

- [1] D. D. Crombie, "Doppler spectrum of sea echo at 13.56 Mc/s," *Nature*, vol. 175, no. 4459, pp. 681–682, Apr. 1955.
- [2] J. W. Wright, "A new model for sea clutter," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-16, no. 2, pp. 217–223, Mar. 1968.
- [3] F. G. Bass, I. M. Fuks, A. I. Kalmykov, I. E. Ostrovsky, and A. D. Rosenberg, "Very high frequency microwave scattering by a disturbed sea surface," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-16, no. 5, pp. 554–568, Sep. 1968.
- [4] D. E. Barrick and B. L. Weber, "On the nonlinear theory for gravity waves on the ocean's surface. Part II: Interpretation and applications," *J. Phys. Oceanogr.*, vol. 7, no. 1, pp. 11–21, 1977.
- [5] B. L. Weber and D. E. Barrick, "On the nonlinear theory for gravity waves on the ocean's surface. Part I: Derivations," *J. Phys. Oceanogr.*, vol. 7, no. 1, pp. 3–10, 1977.
- [6] R. R. Lentz, "A numerical study of electromagnetic scattering from ocean-like surface," *Radio Sci.*, vol. 9, no. 12, pp. 1139–1146, Dec. 1974.
- [7] C. L. Rino, T. L. Crystal, A. K. Koide, H. D. Ngo, and H. Guthard, "Numerical simulation of backscatter from linear and nonlinear ocean surface realizations," *Radio Sci.*, vol. 26, no. 1, pp. 51–71, 1991.
- [8] D. B. Creamer, F. Henyey, R. Schult, and J. Wright, "Improved linear representation of ocean surface waves," *J. Fluid Mech.*, vol. 205, pp. 135–161, 1989.
- [9] J. V. Toporkov and G. S. Brown, "Numerical simulations of scattering from time-varying, randomly rough surfaces," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 38, no. 4, pp. 1616–1624, Jul. 2000.
- [10] —, "Numerical study of the extended Kirchhoff approach and the lower order small slope approximation for scattering from ocean-like surfaces: Doppler analysis," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 50, no. 4, pp. 417–425, Apr. 2002.
- [11] J. T. Johnson, J. V. Toporkov, and G. S. Brown, "A numerical study of backscattering from time-evolving sea surfaces: Comparison of hydrodynamic models," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 39, no. 11, pp. 2411–2420, Nov. 2001.
- [12] A. R. Hayslip, J. T. Johnson, and G. R. Baker, "Further numerical studies of backscattering from time evolving nonlinear sea surfaces," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 41, no. 10, pp. 2287–2293, Oct. 2003.
- [13] M. Saillard and A. Sentenac, "Rigorous solutions for electromagnetic scattering from rough surfaces," *Waves Random Media*, vol. 11, no. 3, pp. R103–R137, Jul. 2001.
- [14] T. Elfouhaily, M. Joelson, S. Guignard, D. Thompson, B. Chapron, and D. Vandemark, "Analysis of random nonlinear water waves: The Stokes–Woodward technique," *C. R. Mécanique*, vol. 331, no. 3, pp. 189–196, Mar. 2003.
- [15] P. H. Y. Lee, J. D. Barter, K. L. Beach, C. L. Hindman, B. M. Lake, H. R. J. C. Shelton, A. B. Williams, R. Yee, and H. C. Yuen, "X band microwave backscattering from ocean waves," *J. Geophys. Res.*, vol. 100, no. C2, pp. 2591–2611, Feb. 1995.
- [16] P. H. Y. Lee, J. D. Barter, E. Caponi, M. Caponi, C. L. Hindman, B. M. Lake, and H. Rungaldier, "Wind speed dependence of small-grazing-angle microwave backscatter from sea surfaces," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 44, no. 3, pp. 333–340, Mar. 1996.
- [17] P. H. Y. Lee, L. Wang, and R. Yee, "What are the mechanisms for non-Bragg scattering from water wave surfaces?," *Radio Sci.*, vol. 34, no. 1, pp. 123–138, 1999.
- [18] W. J. Plant, "A model for microwave Doppler sea return at high incidence angles: Bragg scattering from bound, tilted waves," *J. Geophys. Res.*, vol. 102, no. C9, pp. 21131–21146, Sep. 1997.
- [19] W. J. Plant, W. C. Keller, V. Hesany, T. Hara, E. Bocka, and M. A. Donelan, "Bound waves and Bragg scattering in a wind-wave tank," *J. Geophys. Res.*, vol. 104, no. C2, pp. 3243–3264, Feb. 1999.
- [20] A. D. Rozenberg, M. J. Ritter, W. K. Melville, C. C. Gottschall, and A. V. Smirnov, "Free and bound capillary waves as microwave scatterers: Laboratory studies," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 37, no. 2, pp. 1052–1065, Mar. 1999.
- [21] M. A. Sletten, J. C. West, X. Liu, and J. H. Duncan, "Radar investigation of breaking waves at low grazing angles with simultaneous high speed optical imagery," *Radio Sci.*, vol. 38, no. 6, p. 1110, 2003.
- [22] G. R. Valenzuela, "The effect of capillarity and resonant interactions on the second-order Doppler spectrum of radar sea echo," *J. Geophys. Res.*, vol. 79, no. 33, pp. 5031–5037, 1974.
- [23] V. E. Zakharov, "Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid," *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, vol. 9, no. 2, pp. 190–194, 1968.
- [24] A. M. Marvin and V. Celli, "Relation between the surface impedance and the extinction theorem on a rough surface," *Phys. Rev. B*, vol. 50, no. 19, pp. 14 546–14 553, 1994.
- [25] P. A. Martin and P. Ola, "Boundary integral equations for the scattering of electromagnetic waves by a homogeneous dielectric obstacle," *Proc. R. Soc. Edinburgh*, vol. 123A, pp. 185–208, 1993.
- [26] G. Soriano and M. Saillard, "Scattering of electromagnetic waves from

two-dimensional rough surfaces with impedance approximation," *J. Opt. Soc. Amer. A*, vol. 18, no. 1, pp. 124–133, Jan. 2001.

- [27] K. Pak, L. Tsang, C. H. Chan, and J. T. Johnson, "Backscattering enhancement of electromagnetic waves from two-dimensional perfectly conducting random rough surfaces based on Monte Carlo simulations," *J. Opt. Soc. Amer. A*, vol. 12, no. 11, pp. 1491–1499, Nov. 1995.
- [28] M. Saillard and G. Soriano, "Fast numerical solution for scattering from rough surfaces with small slopes," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 52, no. 10, pp. 2799–2802, Oct. 2004.
- [29] A. G. Voronovich, *Wave Scattering From Rough Surfaces*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1994.
- [30] L. A. Klein and C. T. Swift, "An improved model for the dielectric constant of sea water at microwave frequencies," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-25, no. 1, pp. 104–111, Jan. 1977.
- [31] Y. Hisaki and M. Tokuda, "VHF and HF sea echo Doppler spectrum for a finite illuminated area," *Radio Sci.*, vol. 36, no. 3, pp. 425–440, 2001.
- [32] G. R. Valenzuela, "Depolarization of EM waves by slightly rough surfaces," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-15, no. 4, pp. 552–557, Jul. 1967.



Gabriel Soriano was born in Paris, France, in 1972. He received the M.S. degree in physics and the Ph.D. degree in physics from the Paul Cezanne University, Marseille, France, in 1996 and 2000, respectively.

He is currently an Associate Professor in the Paul Cezanne University. He is a member of the electromagnetic and optical remote sensing (SEMO) team of the Fresnel Institute, Marseille, France. He works on surface scattering and associated numerical methods.



Maminirina Joelson received the M.S. degree in applied mathematics from the University of Aix-Marseille II, Marseille, in 1992, the postgraduate diploma in energetic mechanics from the University of Provence in 1993, and the Ph.D. degree in fluid mechanics from the Institut de Recherche sur les Phénomènes Hors Equilibre (IRPHE) Research Institute, Marseille, in 1997.

From 1998 to 2000, he was in a Postdoctoral position at the Interactions Océan-Atmosphère (IOA) team of IRPHE. From 2000 to 2003, he taught mathematics and thermodynamics at the French National Merchant Shipping School (Ecole Nationale de Marine Marchande, Marseille). In 2004, he worked with the SEMO team of the Fresnel Institute, Marseille, France. Since September 2004, he has been with the Climate Soil Environment Laboratory [Unité Mixte de Recherche (UMR)-Institut National de la Recherche Agronomique (INRA)] of the University of Avignon, where he is currently an Associate Professor in the Department of Physics. His current research interests include nonlinear dynamic stochastic and fluid diffusion in random porous media.



Marc Saillard (M'00–A'01–M'03) was born in Marseille, France, in 1961. He received the "Agrégation" degree in physics and the Ph.D. degree in physics from the University of Marseille, Marseille, France, in 1985 and 1990, respectively.

From 1990 to 1997, he was Assistant Researcher at the National Center for Scientific Research (CNRS) at the Electromagnetic Optics Laboratory. In 1997, he got a Professor position at the University of Marseille where he runs the remote-sensing group of the Institut Fresnel. In 2003, he moved to the University of Toulon, as a Professor, where he joined the remote-sensing laboratory [Laboratoire de sondages Electromagnetiques de l'environnement Terrestre (LSEET)]. His professional interests lie in surface and volume scattering, inverse scattering, and remote sensing.

Full polarization optical profilometry

S. Arhab,* H. Giovannini, K. Belkebir, and G. Soriano

Institut Fresnel (CNRS UMR 7249), Aix-Marseille Université, Campus de St Jérôme, 13013 Marseille, France

**Corresponding author: slimane.arhab@fresnel.fr*

Received February 24, 2012; revised May 23, 2012; accepted May 23, 2012;
posted May 25, 2012 (Doc. ID 163610); published July 11, 2012

Optical digital tomographic microscopy can be used for profilometry. The profile of the surface can be estimated from measurements of the complex diffracted far field obtained when the sample is illuminated successively under various incidences. Outside the validity domain of perturbative theories of diffraction, the profile is determined by using an iterative inverse wave scattering numerical method. In this paper we show that, for perfectly conducting surfaces, the two fundamental polarization cases involve different distances of interaction in the multiple scattering phenomenon. The use of both polarization cases in the inversion process leads to a considerable improvement of the lateral resolution. Robustness to noise is also discussed. © 2012 Optical Society of America

OCIS codes: 290.3200, 050.1755, 290.4210, 290.5880, 120.6660.

1. INTRODUCTION

Optical digital tomographic microscopy (ODTM) is a quantitative three-dimensional imaging technique [1] in which the optogeometrical parameters of the object (permittivity, shape) are determined numerically by solving iteratively an inverse scattering problem. The data used in the numerical reconstruction of the object are the measurements of the field diffracted by the object illuminated successively under different angles [2]. In the inversion algorithm, different diffraction theories can be considered for describing the interaction between the electromagnetic field and the object. When the optogeometrical parameters of the object such as the Born approximation are valid, the object can be reconstructed directly by calculating a Fourier transform (FT) of the diffracted field. Different papers [3,4–6] have reported theoretical and experimental results showing that, in this case, the synthetic aperture obtained by varying the incidence angle can lead to a resolution twice better than that of conventional microscopes. Outside the domain of validity of first-order approximations, when multiple scattering occurs in the sample, a resolution beyond the Abbe–Rayleigh criterion can be reached [7–11]. In this case, an inversion procedure based on a rigorous model of diffraction is mandatory. Performances of ODTM in terms of resolution and its capability to reconstruct objects with strong slopes and high permittivity contrasts show that it is potentially an interesting alternative to classical optical profilometry based on Mirau, Linnik, or Michelson interferometers.

A preliminary study of the applicability of ODTM to profilometry in the resonance domain has been presented in a previous paper [12]. The importance of using a rigorous method for calculating the scattered field has been stressed, and it has been shown that ODTM can be applied when high lateral resolutions are required. The discussion was made only for surfaces illuminated under TE polarization (electric component perpendicular to the plane of incidence). In this paper we extend the study to both polarization cases. We have developed an inversion algorithm for the TM polarization (magnetic component perpendicular to the plane of incidence) in the perfectly conducting case. We show that better reconstructions

with increased resolution can be obtained when the data measured for both polarizations are processed by inversion algorithms accounting for TE and TM cases. We show in particular that the best results are obtained when the profile reconstructed in TE polarization is used as a starting estimate for the inversion algorithm in TM polarization. We also give a physical interpretation of the superresolved reconstruction reached in the multiple scattering regime. In particular, we analyze the role of the distance of interaction between the scatterers on the surface in the far-field measurement.

In Section (2) we describe the scattering problem and we present the geometry considered. Section (3) is devoted to the description of the boundary integral equation method used for calculating rigorously the field scattered by rough surfaces in TE and TM polarizations. The numerical iterative algorithm used for reconstructing the surface profile from the scattered field is described in Section (4). In Section (5) we present the results of numerical simulations. We analyze the influence of the distance of interaction between the scatterers on the sub-wavelength resolution obtained in the multiple scattering regime. We present some numerical reconstructions of randomly rough surfaces. Robustness against the presence of noise in the data as well as against errors of positioning angles of detection are also reported.

2. DIRECT SURFACE WAVE SCATTERING PROBLEM

For the scattering of an electromagnetic wave from a rough surface at a given pulsation ω , when the surface height and the incident field share an invariance direction, two fundamental polarization cases appear, which correspond to two independent scalar two-dimensional scattering problems. These problems are denoted TE and TM, depending on whether the electric field or the magnetic field is set parallel to the invariance direction. In this paper, this direction fits the y axis of a Cartesian coordinate system (x, y, z) of origin O and thus (xOz) in the plane of incidence.

Assume that a surface $\Gamma : z = \eta(x)$ characterized by its variation of the height $\eta : x \rightarrow \eta(x)$ is successively illuminated

from air, the incident medium, by L different beams centered on angles θ_l and for each illumination l the scattered far field is measured for M different angles of detection θ_m . All beams share the same width, defined by the so-called tapering parameter g [13]. In the far field, with a time dependency $e^{-i\omega t}$ and wavenumber $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$, at point $\mathbf{r}_m = (x_m, z_m) = (|\mathbf{r}_m| \sin \theta_m, |\mathbf{r}_m| \cos \theta_m)$ in vacuum along the direction θ_m , the scattered field writes as a cylindrical wave:

$$\psi^{\text{sca}}(\mathbf{r}_m, \theta_l) = \psi_l^{\text{sca}}(\mathbf{r}_m) \sim \frac{(1+i)e^{ik|\mathbf{r}_m|}}{4\sqrt{\pi k|\mathbf{r}_m|}} s(\theta_m, \theta_l). \quad (1)$$

The complex amplitude of this field is proportional to the so-called scattering amplitude $s(\theta_m, \theta_l) = s_{ml}$, which depends on both the illumination angle θ_l and the detection angle θ_m . The direct surface scattering problem corresponds to the calculus of the complex-valued array $s : ml \rightarrow s_{ml}$ for a given profile $\eta : x \rightarrow \eta(x)$. The inverse surface profiling consists in determining at best the roughness $\eta : x \rightarrow \eta(x)$ from the knowledge of the scattering amplitudes $s : ml \rightarrow s_{ml}$.

For an arbitrary rough surface, there exists no rigorous analytical solution for the direct surface wave scattering problem. Approximate models [14], based on simplifying physical assumptions, have first been developed, starting with Rayleigh for sound waves on gratings in the late nineteenth century. A commonly used theory is the so-called physical optics, where single scattering is assumed. It is in fact a family of models that share a similar form for the scattering amplitude

$$s(\theta_m, \theta_l) = N(\theta_m, \theta_l) \int e^{-(x/g)^2} e^{-iQ_z \eta(x)} e^{-iQ_x x} dx, \quad (2)$$

with $Q_x = k(\sin \theta_m - \sin \theta_l)$ and $Q_z = k(\cos \theta_m + \cos \theta_l)$. The geometrical coefficient $N(\theta_m, \theta_l)$ varies with the nature of the wave and of the scattering medium. Its expression depends on the physical assumptions on which the derivation is based: small height-to-wavelength ratio, small slope, tangent plane approximation, and so on. The key point with Eq. (2) is that $N(\theta_m, \theta_l)$ is independent of the roughness η . If a supplementary paraxial approximation $Q_z = 2k = 4\pi/\lambda$ is assumed, the integral in Eq. (2) turns to the FT of function $f(x) = e^{-(x/g)^2 - 2ik\eta(x)}$. The so-called Fraunhofer estimate of the roughness is thus obtained by building $\tilde{f}(Q_x) = \frac{s(\theta_m, \theta_l)}{N(\theta_m, \theta_l)}$ and then by computing the original $f(x)$ by inverse FT. Then the height function $\eta(x) = \frac{\lambda}{4\pi} \arg f(x)$ is retrieved. This simple inversion technique is used in most holographic or phase microscopy experiments. In this case, the transverse resolution is easily estimated from the spatial frequency span of \tilde{f} , which is accessible with the given illumination and detection angles. The resolution is tied to the single scattering assumption.

Most frequently, natural surfaces at optical wavelength are outside the validity domain of the physical optics. Multiple scattering does occur, and the relation between the profile $\eta : x \rightarrow \eta(x)$ and the scattering amplitude $s : ml \rightarrow s_{ml}$ becomes much more complicated and cannot be directly inverted. This link can be mathematically represented by a nonlinear operator \mathbf{F} , the direct or forward scattering operator:

$$\mathbf{F} : \eta \rightarrow s = \mathbf{F}_\eta. \quad (3)$$

This operator has no explicit expression, even if the direct surface wave scattering problem can nowadays be solved without any physical assumption by numerical methods [11,15,16] such as the boundary integral equation method (BIE) [13] or the finite element method. The principle of the BIE is a good illustration of the implicitness of operator \mathbf{F} . Following the BIE, the total field ψ_l and its normal derivative $\partial_n \psi_l$ on the profile are the solutions of a boundary integral equation whose right-hand side is the incident field ψ_l^{inc} on the profile. Once this equation is solved for a given incident angle θ_l , the scattering amplitude can be computed via a scattering formula for any scattering angle θ_m . The BIE is now a well-established method, and its numerical implementation for one-dimensional surfaces is for instance documented in [13].

3. BIE

We now detail these operators in the BIE context. With $\psi^{\text{inc}}(\mathbf{r}, \theta_l) = \psi_l^{\text{inc}}(\mathbf{r})$, the incident field for angle θ_l , the total field writes $\psi_l(\mathbf{r}) = \psi_l^{\text{inc}}(\mathbf{r}) + \psi_l^{\text{sca}}(\mathbf{r})$. The scattering amplitude s_{ml} is related to the value of the total field on the profile and its normal derivative $\partial_n \psi = \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{grad} \psi$ through scattering formula

$$s_{ml} = - \int_{\Gamma} [\partial_n \psi_l(\mathbf{r}) + i\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_m \psi_l(\mathbf{r})] \exp(-i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{c}, \quad (4)$$

where $\hat{\mathbf{n}}$ denotes the unit vector normal to the profile and directed toward air. The total field on Γ and its normal derivative are the two surface unknowns of an integral equation: for any points \mathbf{r}_1 and \mathbf{r}_2 of Γ ,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \psi_l(\mathbf{r}_1) - \int_{\Gamma} \partial_n G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \psi_l(\mathbf{r}_2) d\mathbf{c}_2 + \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \partial_n \psi_l(\mathbf{r}_2) d\mathbf{c}_2 \\ = \psi_l^{\text{inc}}(\mathbf{r}_1), \end{aligned} \quad (5)$$

with $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = +iH_0^+(k|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|)/4$ the two-dimensional free space Green function and H_0^+ the first kind Hankel function of zero order. The second equation required for solving the problem is provided by the boundary condition on Γ and depends on the nature of the scattering medium and, for two-dimensional problems, on the polarization case. The surface is assumed to be perfectly conducting, first for simplicity and second because, for such surfaces, the difference between the polarization cases is the most marked. Here the Dirichlet boundary condition corresponds to TE case, while the Neumann boundary condition is related to TM case:

$$z = \eta(x) \Rightarrow \begin{cases} \psi_l(\mathbf{r}) = 0 & \text{TE} \\ \partial_n \psi_l(\mathbf{r}) = 0 & \text{TM} \end{cases}. \quad (6)$$

A single surface unknown remains: the surface current. The discretization method and the numerical resolution of Eq. (5) with condition Eq. (6) are detailed in [13]. The BIE is the numerical solution of a rigorous electromagnetic wave scattering theory. It includes all multiple scattering with no simplifying assumptions. The BIE constitutes a rigorous direct model. Thus, solving Eq. (5) with Eq. (6) for a given profile η and applying Eq. (4) is equivalent to applying \mathbf{F} on η .

4. INVERSE SURFACE WAVE SCATTERING PROBLEM

In the general case, the link $\mathbf{F} : \eta \rightarrow s = \mathbf{F}\eta$ between the profile $\eta : x \rightarrow \eta(x)$ and the scattered field $s : ml \rightarrow s_{ml}$ is nonlinear. The inversion problem is then generally recasted as an optimization problem. In this section we describe the Newton–Kantorovitch (NK) method [17] used to solve the nonlinear equation relating the data set of scattering amplitudes to the surface Γ . The NK method builds up iteratively the solution of Eq. (3) by successively solving the forward problem and a local linear inverse problem.

At each iteration step n , an estimate of the surface profile function is given by

$$\eta^n = \eta^{n-1} + \delta\eta^n, \quad (7)$$

where $\delta\eta^n$ is an update correction that is obtained by solving in the least-squares sense the linearized forward problem

$$\mathbf{D}^{n-1}\delta\eta^n = s - s^{n-1}, \quad (8)$$

with s^{n-1} the scattered far field associated to the best available estimation of the surface η^{n-1} , while \mathbf{D}^{n-1} is the Fréchet derivative of \mathbf{F} at η^{n-1} .

For this local inverse problem, we make use of the Fréchet derivative \mathbf{D} of operator \mathbf{F} at a given height η . It links a variation $\delta\eta : x \rightarrow \delta\eta(x)$ of the profile η to the first-order variation $\delta s : ml \rightarrow \delta s_{ml}$ of the scattering amplitude:

$$\mathbf{D} : \delta\eta \rightarrow \delta s = \mathbf{D}\delta\eta = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}(\eta + t\delta\eta) - \mathbf{F}\eta}{t}. \quad (9)$$

The important point is that \mathbf{D} is a linear operator. Its detailed derivation for electromagnetic waves and from the reciprocity theorem can be found in [18]. In the present case, the Fréchet derivative \mathbf{D} of \mathbf{F} writes as a curvilinear integral, whose expression depends on the polarization. It appears that $\delta s_{ml} = \delta s(\theta_m, \theta_l)$, the scattered field in direction θ_m for an incidence angle θ_l , can be estimated from the surface currents ψ_l or $\partial_n \psi_l$ related to incident θ_l but also involves the surface currents ψ_{-m} or $\partial_n \psi_{-m}$ of the adjoint forward problem where the same surface is illuminated under incident angle $-\theta_m$. For the two polarization states, we have

$$\text{TE} \rightarrow \delta s_{ml} = - \int_{\Gamma} \partial_n \psi_l(\mathbf{r}) \partial_n \psi_{-m}(\mathbf{r}) \delta\eta(x) d\mathbf{c}, \quad (10)$$

$$\text{TM} \rightarrow \delta s_{ml} = - \int_{\Gamma} \{k^2 \psi_l(\mathbf{r}) \psi_{-m}(\mathbf{r}) - \partial_t \psi_l(\mathbf{r}) \partial_t \psi_{-m}(\mathbf{r})\} \delta\eta(x) d\mathbf{c}. \quad (11)$$

In the TM case, $\partial_t \psi = \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{grad} \psi$ denotes the tangential derivative of the total field on the profile.

Once the Fréchet derivative \mathbf{D} is determined, the updated correction of the surface, which is the solution of Eq. (8), is obtained in the sense of the least mean squares. This solution minimizes the cost functional of the form

$$\mathcal{F}(\delta\eta) = \|\mathbf{D}\delta\eta - \delta s\|^2. \quad (12)$$

Unfortunately, the problem of finding the solution of Eq. (8) is ill posed and needs regularization. This is achieved by minimizing a cost functional of the form

$$\mathcal{F}(\delta\eta) = \|\mathbf{D}\delta\eta - \delta s\|^2 + \mu^2 \|\mathbf{R}\delta\eta\|^2, \quad (13)$$

where μ^2 is the regularization parameter and \mathbf{R} is the regularizing operator. Two operators have been studied for several examples, $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ which corresponds to the minimum norm solution of \mathcal{F} described in Eq. (13) and $\mathbf{R} = \mathbf{S}$ the second order of the standard Tikhonov regularization [19]. Better results have been obtained by mixing both choices. Instead of minimizing the cost functional of Eq. (13), we use a mixture of zero- and second-order standard Tikhonov regularization and we minimize a cost functional of the form

$$\mathcal{F}(\delta\eta) = \|\mathbf{D}\delta\eta - \delta s\|^2 + \mu^2 [(1 - \alpha) \|\mathbf{I}\delta\eta\|^2 + \alpha \|\mathbf{S}\delta\eta\|^2]. \quad (14)$$

Equivalently, the minimum of \mathcal{F} of Eq. (14) is the solution of the algebraic equation

$$[(\mathbf{D}^{n-1})^\dagger \mathbf{D}^{n-1} + \mu^2 (\alpha \mathbf{S}^\dagger \mathbf{S} + (1 - \alpha) \mathbf{I})] \delta\eta^n = (\mathbf{D}^{n-1})^\dagger (s - s^{n-1}), \quad (15)$$

where \mathbf{D}^\dagger stands for the adjoint of \mathbf{D} and μ^2 is the regularization parameter, which does not vary during the iterative process. \mathbf{I} is the identity operator and \mathbf{S} is the second-order derivative operator. The real α is the mixing parameter between the zero- and the second-order Tikhonov regularization, and its value is fixed to 0.95 for all numerical examples studied in this paper.

In practice, the regularization parameter μ^2 is chosen by trial and error. For the numerical experiments reported here, μ^2 takes the value that gives the lowest value of the cost function at the end of the iterations. This also corresponds qualitatively to the best reconstructions of the profiles.

5. NUMERICAL RESULTS

In the numerical study the wavelength is set to the optical wavelength of $\lambda = 633$ nm. The surfaces are illuminated under an incidence angle varying from -45° to $+45^\circ$ with a 9° step. The scattered field is collected at detection angles between -45° and $+45^\circ$ with a 1° step. These conditions are representative of the experimental characteristics of ODTM setups used for microscopy applications [7,10]. With such angular ranges, the Rayleigh criterion for resolution is $\lambda/(4 \text{ NA}) = 223$ nm with $\text{NA} = 0.71$ the numerical aperture. The considered surface is $10 \mu\text{m}$ long and consists in two identical bumps of width 80 nm and height 140 nm with a center-to-center of 200 nm. The bumps are positioned at abscissas 500 and 700 nm. The center of the illumination beam is at the origin of x axis. Data for both polarizations are generated according to Eqs. 4 and 5 with boundary conditions Eq. 6, where the integral equations are cast into matrix–vector equations. In addition we used different mesh sizes for generating and inverting the data: the number of points on the profile is 4096 for the forward problem and 1024 for the inverse problem. The numbers of incident and diffracted angles are $L = 11$ and $M = 91$, respectively. The inversion process is stopped when convergence is reached, here after 600 iterations.

First, we apply the NK algorithm to the TE-polarized synthetic data from the two-bump profile, with the plane $\eta = 0$ as initial guess and for several values of the Tikhonov parameter μ_{TE}^2 . The reconstructed profiles are plotted in Fig. 1 for four values of the μ_{TE}^2 parameter. The bumps are correctly located

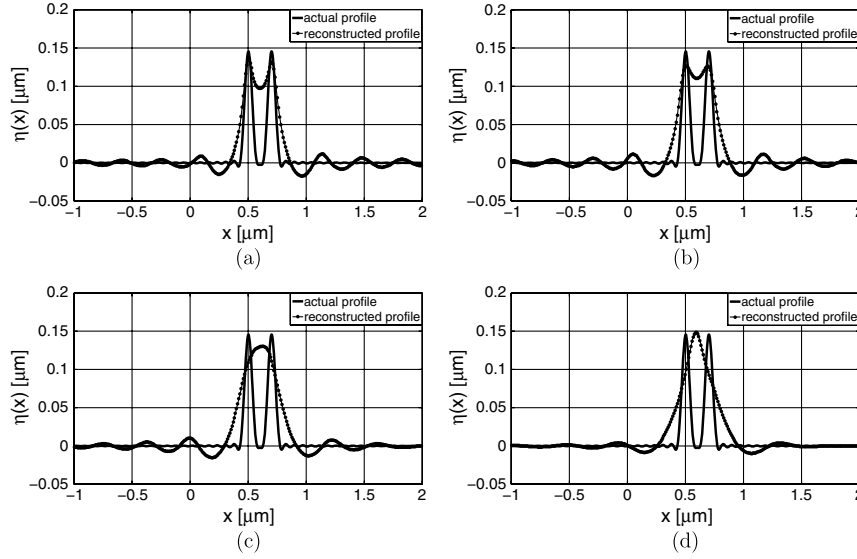


Fig. 1. Reconstructions of the profile at $\lambda = 633$ nm, using the NK algorithm under TE polarization and starting from plane, for different values of the Tikhonov parameter: (a) $\mu_{TE}^2 = 10^7$, (b) $\mu_{TE}^2 = 10^8$, (c) $\mu_{TE}^2 = 10^9$, and (d) $\mu_{TE}^2 = 10^{11}$.

but are resolved only for the two lowest values $\mu_{TE}^2 = 10^7$ and $\mu_{TE}^2 = 10^8$. On plots 1(a) and 1(b), the bumps are reconstructed accurately with correct values of height and width. The two bumps are not completely separated since the minimum value of the retrieved profile between the two bumps does not go under 100 nm for a bump height of 140 nm. For values of the Tikhonov parameter smaller than 10^7 , the regularization is too weak to compensate the ill conditioning of the Fréchet derivative matrix \mathbf{D} , and the iteration process diverges or converges slowly toward unphysical solutions. For values larger than 10^8 [Figs. 1(c) and 1(d)], the problem is too strongly regularized and superresolution is lost, with performance comparable to that of methods based on single and paraxial scattering assumptions, such as the Fraunhofer approximation. Thus, the range of the regularization parameter μ_{TE}^2 for which superresolution is reached in TE polarization when the plane is used as initial guess is $[10^7; 10^8]$.

We now shift to the TM polarization case. It appears that synthetic data cannot be inverted in this polarization case when starting from the bare plane $\eta = 0$. We also tried to use the Fraunhofer estimate as initial guess, but the Tikhonov parameter μ_{TE}^2 for regularization has to be set precisely for the iterative process to converge. A considerable improvement is obtained when the surface profile retrieved in TE illumination is used as an initial guess for the inversion in the TM polarization case. Here, the TM-inverted surface depends on two regularization parameters: the value μ_{TE}^2 used to produce the initial guess from TE-polarized data and the value μ_{TM}^2 used to regularize the TM problem. All pairs (μ_{TE}^2, μ_{TM}^2) for ranges $\mu_{TE}^2 \in [10^5; 10^{12}]$ and $\mu_{TM}^2 \in [10^7; 10^{14}]$ have been tested, and the best reconstruction is obtained for $\mu_{TE}^2 = 10^8$ and $\mu_{TM}^2 = 10^9$.

As one can see in Fig. 2(b), the retrieved bumps for TM polarization are separated, with the retrieved height between the

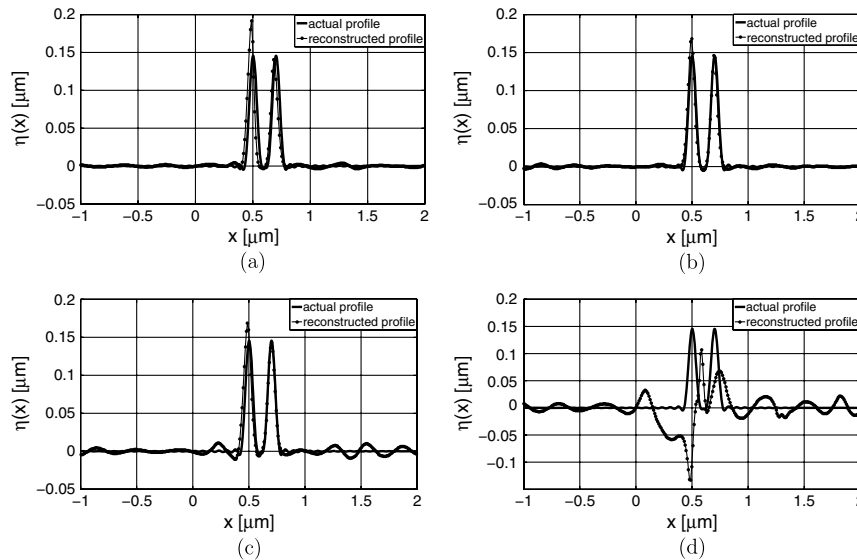


Fig. 2. Reconstructions of the profile at $\lambda = 633$ nm using NK algorithm under TM polarization with Tikhonov parameter fixed to $\mu_{TM}^2 = 10^9$. The initial guess consists in the solution of the NK algorithm under TE polarization and starting from plane, for different values of the Tikhonov parameter: (a) $\mu_{TE}^2 = 10^7$, (b) $\mu_{TE}^2 = 10^8$, (c) $\mu_{TE}^2 = 10^9$, and (d) $\mu_{TE}^2 = 10^{11}$.

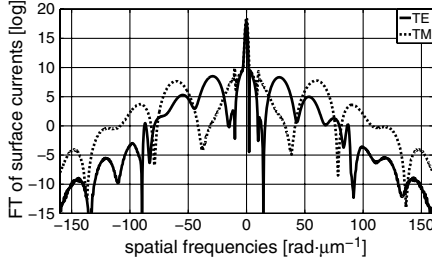


Fig. 3. Normalized spectral densities of the TE and TM surface currents.

two bumps being close to 0. The rendering of the bases of the bumps is of much higher quality for that polarization case. The TE inversion is undoubtedly outperformed by the TM inversion in terms of resolution and general performance. We now discuss this result.

The presence of multiple scattering for bumps as high as 140 nm, and its modelization in the iterative method, can explain why profiles are retrieved with superresolution [8,9]. However, the different behavior between TE and TM polarizations has to be commented. The comparison between the supports of the spectral densities of the surface currents, namely $\partial_n \psi$ in the TE case and ψ in the TM case, show that (see Fig. 3), in TM polarization, higher frequencies can be retrieved. They have been normalized to share the same value at null frequency. However, without any other consideration, this would explain the obtained higher TM resolution only in the near field, since in the far field, spatial frequencies larger than the electromagnetic wavenumber are filtered. In order to better understand the role of multiple scattering in superresolution, we study the distance of interaction between two points of the surface. In integral Eq. 5, this distance of interaction $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ appears explicitly in the Green's function. Thus, in the forward scattering problem, it is possible to suppress the interactions at a distance larger than a chosen value d . The associated scattered field is denoted $s_{ml}(d)$, while s_{ml} denotes the rigorous scattered field, which includes all interactions on the surface. We express the so-called field difference parameter FD,

$$FD(d) = \sqrt{\frac{\sum_{m,l} |s_{ml} - s_{ml}(d)|^2}{\sum_{m,l} |s_{ml}|^2}}, \quad (16)$$

as a function of the interaction range d . This parameter is plotted in log scale as a function of d for the two polarization cases [see Fig. 4(a)]. The results show a quite chaotic behavior from 0 to 300 nm, when near interactions are the strongest. A

monotonic region between 300 and 5.5 μm is observed, but the TE curve decreases much faster than the TM curve. The values of FD finally vanish shortly before $d = 6 \mu\text{m}$, which roughly corresponds to the width of the beam footprint. This numerical experiment shows that the scattered field is much more sensitive to the far interactions between surface points in the TM case. These long-range interactions are responsible of the coupling of the high-frequency components of the surface currents into the low-frequency components that are collected by the detector. This effect appears to be stronger in TM polarization.

Another numerical experiment can be done by filtering the high spatial frequencies of the surface. If k_c denotes the cut-off spatial frequency and $s_{ml}(k_c)$ the associated scattered field from the smoothed profile, the field difference can be expressed as a function of k_c :

$$FD(k_c) = \sqrt{\frac{\sum_{m,l} |s_{ml} - s_{ml}(k_c)|^2}{\sum_{m,l} |s_{ml}|^2}}. \quad (17)$$

This field difference $FD(k_c)$ in the two polarization cases has been computed for cut-off frequencies up to 125 $\text{rad} \cdot \mu\text{m}^{-1}$ in Fig. 4(b). The TM field appears to be more sensitive to the intermediate spatial frequencies of the profile over the range $[4 \text{ rad} \cdot \mu\text{m}^{-1}; 40 \text{ rad} \cdot \mu\text{m}^{-1}]$. Stronger sensitivity to spatial frequencies higher than 40 $\text{rad} \cdot \mu\text{m}^{-1}$ is not necessarily a good point for TE inversion: on one hand, these frequencies are far too high to be inverted, and on the other hand, they will be the first to be covered by noise in experimental data. Eventually, the behavior of the field difference at low cut-off frequency can explain the sensitivity of the NK algorithm to the initial guess when applied to surface scattering in the TM case. From zero to $k_c = 4 \text{ rad} \cdot \mu\text{m}^{-1}$, the TE curve is quickly decreasing, indicating its response to the lowest frequencies of the surface profile. On the same range, the TM curve is increasing. TM inversion is not adapted for retrieving the largest wavelengths of the profile that have to be supplied through the initial guess. Here we illustrate the sensitivity of the TM inversion to the initial guess by fixing the TM regularization parameter to the previously found optimal value $\mu_{\text{TM}}^2 = 10^9$ and by varying the TE parameter μ_{TE}^2 , which impacts the TM starting value of η . The four plots of Fig. 2 represent the profiles retrieved from TM data using the four TE profiles of Fig. 1 as initial estimates. Superresolved reconstructions are obtained for the three different values 10^7 , 10^8 , and 10^9 of the μ_{TE}^2 parameter. This indicates that this parameter does not have to be finely tuned. Moreover, in the case $\mu_{\text{TE}}^2 = 10^9$, the bumps are not resolved in the TE case. We conclude that, when intended

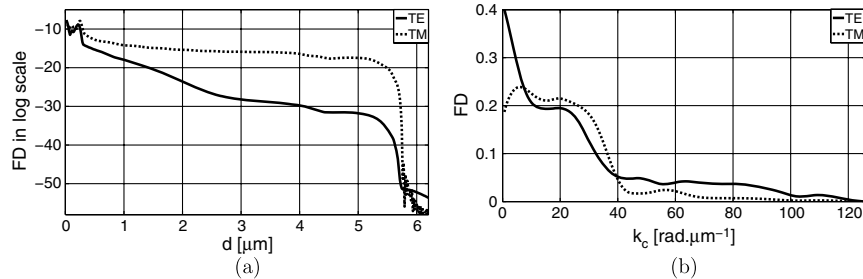


Fig. 4. Field difference over all incidence and scattering angles FD against (a) maximum interaction distance d , (b) cut-off spatial frequency of the filtered profile k_c .

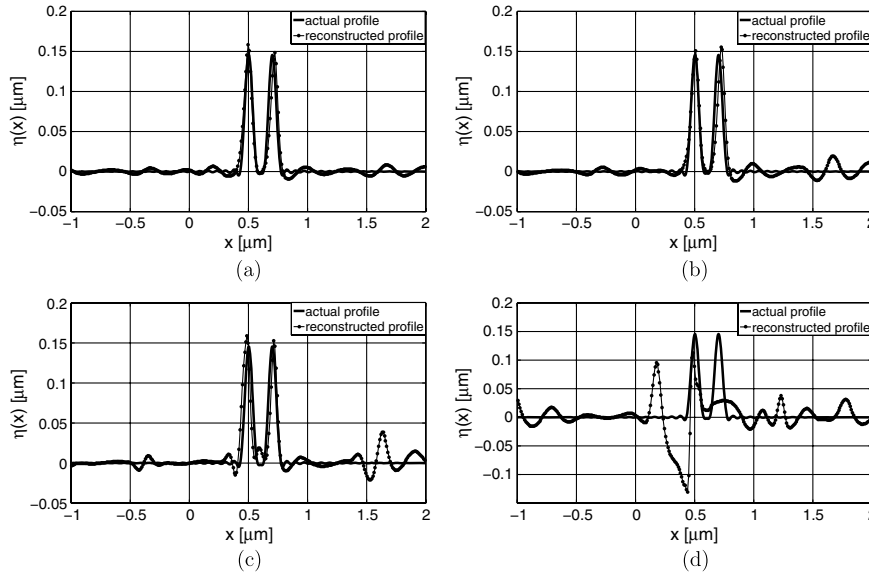


Fig. 5. Reconstructions at $\lambda = 633$ nm using NK algorithm under TM polarization with Tikhonov parameter fixed to $\mu_{\text{TM}}^2 = 10^9$. Here the reconstructed surface obtained in the TE case with Tikhonov parameter fixed to $\mu_{\text{TE}}^2 = 10^9$ is used as a starting solution. Various SNRs are considered. The SNRs are (a) 35, (b) 15, (c) 7, (d) 5.

to be used as initial estimate for the TM inversion, the TE computation can be slightly overregularized. However, Fig. 2(d) shows that, when the initial guess is too strongly regularized, namely $\mu_{\text{TE}}^2 = 10^{11}$, the method fails: here regularization suppresses a too large part of the profile spatial frequencies from the initial guess and prevents the TM inversion process to converge.

To check the robustness of the NK inversion method with respect to the presence of noise in the scattered field, a complex white noise is added to data. For each independent polarization and for a given signal-to-noise ratio (SNR), the noise is proportional to the amplitude of the real and imaginary parts of the scattered field. In order to maximize robustness to noise, we choose as parameter for the initial guess $\mu_{\text{TE}}^2 = 10^9 = \mu_{\text{TM}}^2$ that corresponds to the most regularized TE solution, which ensures the convergence of the TM inversion toward the actual profile when the data are free of noise. In Fig. 5, four values of the SNR are studied and applied to both TE and TM data. Inversion is very good for an SNR of 35, with no impact of the noise [Fig. 5(a)]. The inverse method shows a strong robustness to noise for an SNR of 15 and 7 [Figs. 5(b) and 5(c)]. The algorithm still converges for an SNR as low as 5 [Fig. 5(d)], but not toward the actual two-bump profile: the retrieved profile shows important oscillations on its right side, and the right bump has vanished. If the left bump is correctly inverted, a fake hole and a supplementary bump appear on its left side. However, good results for an SNR of 7 or larger demonstrate the possible use of our inverse model on experimental data.

We have also tested the robustness of the reconstruction against errors of positioning angles of detection. For this purpose, we have performed numerical experiments with random errors on detectors' positions. Results have shown that reconstructions are not affected by a random angular error of $\pm 0.2^\circ$, which is an accuracy that can be easily reached with commercial rotation stages. This can be explained by the fact that the number of measured data is much higher than the number of unknowns in the inverse problem.

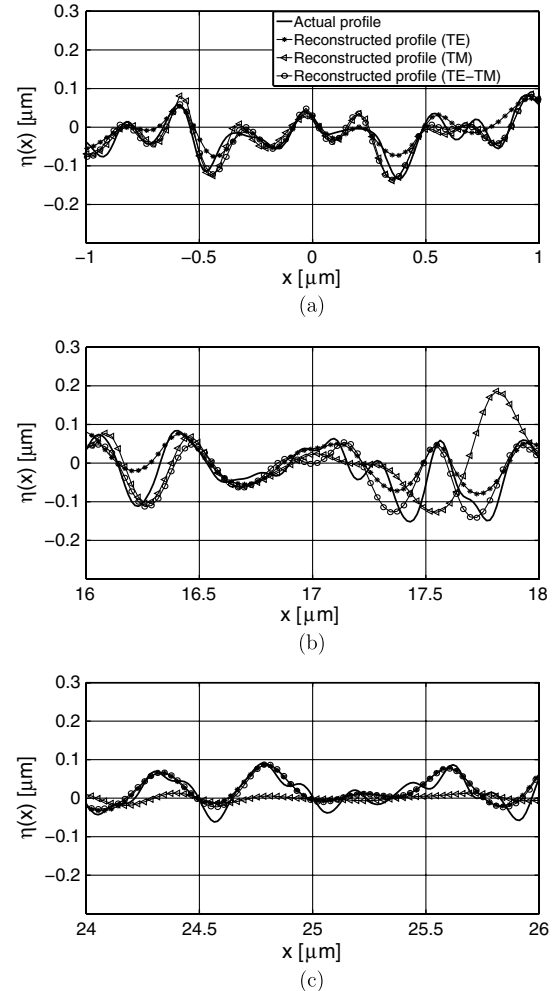


Fig. 6. Actual and reconstructed profiles using two different polarizations TE ($\mu_{\text{TE}}^2 = 10^9$) or TM, and two different initial guesses for the TM case. (a) Central part of the surface, (b) intermediate part, (c) edge part. The best reconstruction (circle line) is obtained in TM ($\mu_{\text{TM}}^2 = 10^{14}$) polarization when the initial guess is the reconstructed profile obtained in the TE ($\mu_{\text{TE}}^2 = 10^9$) case.

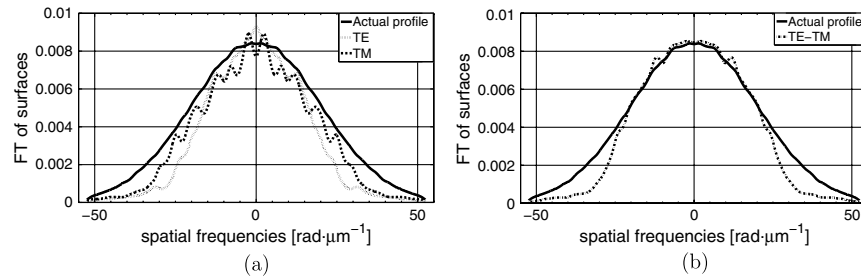


Fig. 7. FTs of an actual and the reconstructed profiles using two different polarizations TE ($\mu_{TE}^2 = 10^9$) or TM, and two different initial guesses for the TM case. (a) A bare plane $\eta = 0$ as initial guess is used. (b) Reconstructed surface using the TM ($\mu_{TM}^2 = 10^{14}$) data and with as initial guess the final result of the reconstruction using TE ($\mu_{TE}^2 = 10^9$) case.

In order to confirm the versatility of our approach, we present the inversion of a rough surface of long length. Its height root mean square is 60 nm, and its correlation length is set to $\ell = 100$ nm. A normal height distribution and a Gaussian height spectrum are given to the roughness. With a slope root mean square that corresponds to an angle of 40° , this surface is far too rough to be inverted under the Fraunhofer approximation [12]. The profile is $60 \mu\text{m}$ long and sampled with 4096 points to compute the scattered field, which corresponds to data. Angles of incidence and scattering are the same as for the two-bump profile. For the inversion, the estimated profile is also $60 \mu\text{m}$ long but counts only 2048 points. In Fig. (6), three reconstructions are reported and compared to the actual profile. The two first ones are obtained using solely TE and TM data, respectively, with the plane as initial guess, while for the third plot, the TE reconstruction is used as initial guess for TM inversion. The profile being too long to be shown clearly on a single plot, three views are presented. It appears that the TE reconstruction made with the plane as initial guess fails to retrieve the high spatial frequencies of the profile. The TM reconstruction made with the same initial guess fails to retrieve the low frequencies of the profile presents spurious peaks in the intermediate region of the profile and seems to be blind to its edges. When the reconstruction is made in TM polarization with the profile reconstructed in TE polarization as initial guess, the solution is much closer to the actual profile. The comparison is also brought to the Fourier space in Fig. 7. One can see that the low frequencies are better reconstructed in the TE case while the high frequencies are better retrieved in the TM case when the reconstructed surface obtained in TE polarization is used as starting solution.

These results show the importance of using both polarization cases for obtaining accurate and high resolution reconstructions.

6. CONCLUSION

In this paper we have presented an inversion method for reconstructing the profiles of rough perfectly conducting surfaces in the resonance domain from measures of the scattered field in TM polarization. We have shown that a strong improvement of the resolution can be obtained when the reconstructed surface obtained in the TE case is used as starting solution of the iterative reconstruction algorithm in TM polarization. We have also shown that a resolution beyond the Abbe-Rayleigh criterion can be reached when multiple scattering occurs within the surface. We have given a physical interpretation of the results by considering the distance of interaction between the scatterers on the surface. We have

shown in particular that this distance is longer in the TM polarization than in the TE one, and we have studied its influence on the coupling between the spatial frequencies of the scattered field. Reconstructions of randomly rough surfaces have been presented. The robustness of the inversion method against noise and against angular errors of the detector's position have been also addressed.

The results presented in this paper are a step toward the development of a new optical profilometry technique that can deal with rough surfaces having strong slopes and strong roughness that cannot be characterized with the standard methods based on Linnik or Mirau interferometers.

REFERENCES

1. V. Lauer, "New approach to optical diffraction tomography yielding a vector equation of diffraction tomography and a novel tomographic microscope," *J. Microsc.* **205**, 165–176 (2002).
2. O. Haeberlé, K. Belkebir, H. Giovaninni, and A. Sentenac, "Tomographic diffractive microscopy: basics, techniques and perspectives," *J. Mod. Opt.* **57**, 686–699 (2010).
3. S. A. Alexandrov, T. R. Hillman, T. Gutzler, and D. D. Sampson, "Synthetic aperture Fourier holographic optical microscopy," *Phys. Rev. Lett.* **97**, 168102 (2006).
4. M. Debailleul, B. Simon, V. Georges, O. Haeberlé, and V. Lauer, "Holographic microscopy and diffractive microtomography of transparent samples," *Meas. Sci. Technol.* **19**, 074009 (2008).
5. M. Debailleul, V. Georges, B. Simon, R. Morin, and O. Haeberlé, "High-resolution three-dimensional tomographic diffractive microscopy of transparent inorganic and biological samples," *Opt. Lett.* **34**, 79–81 (2009).
6. W. Choi, C. Fang-Yen, K. Badizadegan, S. Oh, N. Lue, R. R. Dasari, and M. S. Feld, "Tomographic phase microscopy," *Nat. Methods* **4**, 717–719 (2007).
7. G. Maire, F. Drsek, J. Girard, H. Giovannini, A. Talneau, D. Konan, K. Belkebir, P. C. Chaumet, and A. Sentenac, "Experimental demonstration of quantitative imaging beyond Abbe's limit with optical diffraction tomography," *Phys. Rev. Lett.* **102**, 213905 (2009).
8. K. Belkebir, P. C. Chaumet, and A. Sentenac, "Influence of multiple scattering on three-dimensional imaging with optical diffraction tomography," *J. Opt. Soc. Am. A* **23**, 586–595 (2006).
9. F. Simonetti, "Multiple scattering: the key to unravel the subwavelength world from the far-field pattern of a scattered wave," *Phys. Rev. E* **73**, 036619 (2006).
10. J. Girard, G. Maire, H. Giovannini, A. Talneau, K. Belkebir, P. C. Chaumet, and A. Sentenac, "Nanometric resolution using far-field optical tomographic microscopy in the multiple scattering regime," *Phys. Rev. A* **82**, 061801 (2010).
11. H. Giovannini, M. Saillard, and A. Sentenac, "Numerical study of scattering from rough inhomogeneous films," *J. Opt. Soc. Am. A* **15**, 1182–1191 (1998).

12. S. Arhab, G. Soriano, K. Belkebir, A. Sentenac, and H. Giovannini, "Full wave optical profilometry," *J. Opt. Soc. Am. A* **28**, 576–580 (2011).
13. L. Tsang, J. A. Kong, K. H. Ding, and C. O. Ao, *Scattering of Electromagnetic Waves: Numerical Simulations*, Wiley Series in Remote Sensing (Wiley-Interscience, 2001).
14. T. M. Elfouhaily and C. A. Guérin, "A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces," *Waves Random Media* **14**, R1–R40 (2004).
15. M. Saillard and A. Sentenac, "Rigorous solutions for electromagnetic scattering from rough surfaces," *Waves Random Media* **11**, 103–137 (2001).
16. K. F. Warnick and W. C. Chew, "Numerical simulation methods for rough surface scattering," *Waves Random Media* **11**, R1–R30 (2001).
17. A. Roger, "Newton–Kantorovitch algorithm applied to an electromagnetic inverse problem," *IEEE Trans. Antennas Propag.* **29**, 232–238 (1981).
18. A. Roger, "Reciprocity theorem applied to the computation of functional derivatives of the scattering matrix," *Electromagnetics* **2**, 69–83 (1982).
19. A. N. Tikhonov, V. I. A. Arsenin, and F. John, *Solutions of Ill-Posed Problems* (Winston, 1977).

Enpolarization of light by scattering media

J. Sorrentini, M. Zerrad, G. Soriano, and C. Amra*

Institut Fresnel, UMR CNRS 6133, Universités d'Aix-Marseille, Ecole Centrale Marseille, Faculté des Sciences et Techniques de Saint-Jérôme, 13397 Marseille Cedex 20, France

*claud.amra@fresnel.fr

Abstract: The polarization of a coherent depolarized incident light beam passing through a scattering medium is investigated at the speckle scale. The polarization of the scattered far field at each direction and the probability density function of the degree of polarization are calculated and show an excellent agreement with experimental data. It is demonstrated that complex media may confer high degree of local polarization (0.75 DOP average) to the incident unpolarized light.

© 2011 Optical Society of America

OCIS codes: (260.5430) Polarization; (260.2130) Ellipsometry and polarimetry; (030.6600) Statistical optics; (290.5855) Scattering, polarization; (030.6140) Speckle; (030.1640) Coherence.

References and links

1. E. Jakeman and K. D. Ridley, *Modeling Fluctuations in Scattered Waves* (Taylor and Francis Group, 2006).
2. C. Brosseau, *Fundamentals of Polarized Light—A Statistical Approach* (Wiley, 1998).
3. R. Barakat, "Polarization entropy transfer and relative polarization entropy," *Opt. Commun.* **123**(4-6), 443–448 (1996).
4. E. Wolf and L. Mandel, *Optical Coherence and Quantum Optics* (C. Cambridge University Press, 1995).
5. D. F. V. James, "Change of polarization of light beams on propagation in free space," *J. Opt. Soc. Am. A* **11**(5), 1641–1643 (1994).
6. E. Wolf, "Correlation-induced changes in the degree of polarization, the degree of coherence, and the spectrum of random electromagnetic beams on propagation," *Opt. Lett.* **28**(13), 1078–1080 (2003).
7. O. Korotkova, M. Salem, and E. Wolf, "The far-zone behavior of the degree of polarization of electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence," *Opt. Commun.* **233**(4-6), 225–230 (2004).
8. X. Y. Du and D. M. Zhao, "Polarization modulation of stochastic electromagnetic beams on propagation through the turbulent atmosphere," *Opt. Express* **17**(6), 4257–4262 (2009).
9. M. Mujat and A. Dogariu, "Polarimetric and spectral changes in random electromagnetic fields," *Opt. Lett.* **28**(22), 2153–2155 (2003).
10. C. Amra, M. Zerrad, L. Siozade, G. Georges, and C. Deumié, "Partial polarization of light induced by random defects at surfaces or bulks," *Opt. Express* **16**(14), 10372–10383 (2008).
11. L. H. Jin, M. Kasahara, B. Gelloz, and K. Takizawa, "Polarization properties of scattered light from macrorough surfaces," *Opt. Lett.* **35**(4), 595–597 (2010).
12. S. M. F. Nee and T. W. Nee, "Polarization of transmission scattering simulated by using a multiple-facets model," *J. Opt. Soc. Am. A* **21**(9), 1635–1644 (2004).
13. J. Sorrentini, M. Zerrad, and C. Amra, "Statistical signatures of random media and their correlation to polarization properties," *Opt. Lett.* **34**(16), 2429–2431 (2009).
14. M. Zerrad, J. Sorrentini, G. Soriano, and C. Amra, "Gradual loss of polarization in light scattered from rough surfaces: electromagnetic prediction," *Opt. Express* **18**(15), 15832–15843 (2010).
15. I. Simonsen, A. A. Maradudin, and T. A. Leskova, "Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional randomly rough penetrable surfaces," *Phys. Rev. Lett.* **104**(22), 223904 (2010).
16. D. Bicut, C. Brosseau, A. S. Martinez, and J. M. Schmitt, "Depolarization of multiply scattered waves by spherical diffusers: Influence of the size parameter," *Phys. Rev. E Stat. Phys. Plasmas Fluids Relat. Interdiscip. Topics* **49**(2), 1767–1770 (1994).
17. B. J. DeBoo, J. M. Sasian, and R. A. Chipman, "Depolarization of diffusely reflecting man-made objects," *Appl. Opt.* **44**(26), 5434–5445 (2005).
18. T. W. Nee, S. M. F. Nee, D. M. Yang, and A. Chiou, "Optical scattering depolarization in a biomedium with anisotropic biomolecules," *J. Opt. Soc. Am. A* **26**(5), 1101–1108 (2009).
19. L. F. Rojas-Ochoa, D. Lacoste, R. Lenke, P. Schurtenberger, and F. Scheffold, "Depolarization of backscattered linearly polarized light," *J. Opt. Soc. Am. A* **21**(9), 1799–1804 (2004).
20. A. C. Maggs and V. Rossetto, "Writhing photons and Berry phases in polarized multiple scattering," *Phys. Rev. Lett.* **87**(25), 253901 (2001).

21. J. Broky and A. Dogariu, "Complex degree of mutual polarization in randomly scattered fields," *Opt. Express* **18**(19), 20105–20113 (2010).
 22. J. W. Goodman, *Statistical Optics* (Wiley-Interscience, 2000).
 23. C. Amra, "First-order vector theory of bulk scattering in optical multilayers," *J. Opt. Soc. Am. A* **10**(2), 365–374 (1993).
 24. L. Arnaud, G. Georges, J. Sorrentini, M. Zerrad, C. Deumié, and C. Amra, "An enhanced contrast to detect bulk objects under arbitrary rough surfaces," *Opt. Express* **17**(7), 5758–5773 (2009).
 25. D. Colton and R. Kress, *Integral Equations in Scattering Theory* (Elsevier, 1983).
 26. C. Macaskill and B. J. Kachoyan, "Iterative approach for the numerical simulation of scattering from one- and two-dimensional rough surfaces," *Appl. Opt.* **32**(15), 2839–2847 (1993).
 27. G. Soriano and M. Saillard, "Scattering of electromagnetic waves from two-dimensional rough surfaces with an impedance approximation," *J. Opt. Soc. Am. A* **18**(1), 124–133 (2001).
 28. K. F. Warnick and W. C. Chew, "Numerical simulation methods for rough surface scattering," *Waves Random Media* **11**(1), 1–30 (2001).
 29. J. W. Goodman, *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (Roberts and Company Publishers, 2007).
 30. C. Amra, C. Grèzes-Besset, and L. Bruel, "Comparison of surface and bulk scattering in optical multilayers," *Appl. Opt.* **32**(28), 5492–5503 (1993).
-

1. Introduction

The state of polarization is one of the main observable parameters of an optical field. Many practical situations exist that make the light polarization properties depend on the spatial location. Indeed the polarization state of a light beam [1–4] will change by propagation in free-space [5, 6], by propagation in turbulent atmosphere [7, 8], by beam combination [9], after scattering by a rough surface [10–15] or an inhomogeneous medium [16–20]. Most of these works are devoted to the loss of polarization that can take place on the incident light, considering a full polarization but different spatial and temporal coherence properties for the incident beam. Different formalisms were proposed including Mueller-Stokes [18], cross spectral density matrices [8] and electromagnetic theories. Such loss of polarization (or depolarization process) most often originates from a temporal average of uncorrelated polarization modes of the optical field [5, 7, 8, 12, 16, 18, 19], though spatial average may also be responsible for depolarization of a fully polarized incident beam [10, 11, 13, 14, 17, 21] when the state of polarization rapidly varies within the detection area.

Scattering by arbitrary inhomogeneous media is known to modify the polarization or depolarization properties of the illumination beam. Usually the incident polarization of a light beam is lost after scattering by a highly inhomogeneous medium, which reduces the interest of polarimetric techniques to probe complex media [14]. However one can have the benefits of a reversible effect in the sense that the same media may allow to significantly increase the polarization degree of a fully depolarized incident light. This is the scope of this paper where it is shown that unpolarized light can be "ordered" by a scattering process.

Repolarization of light has been observed by different authors; in particular Mujat and Dogariu [9] used beam combination inside an interferometer and emphasized a procedure to produce partial polarization at the system output, though the input was unpolarized light. In this work similar results are obtained with light scattering in the far field, though the scattering process is strongly different from that of specular beams. A phenomenological approach is first used to calculate the spatial repartition of the local degree of polarization (dop) of incident unpolarized light after transmission in the far field by a disordered medium. The average value and the probability density function (pdf) of the dop are investigated and an excellent agreement is obtained between numerical and experimental results. The high average polarization degree of light ($\approx 75\%$) compared with the incident one ($< 4\%$) allows considering that light has been locally *ordered* when passing through the disordered medium.

Emphasis must be given to the fact that this scattered-induced repolarization process is a local effect (ie. at one space location) which is here calculated and measured at the speckle scale in the far field. In other words, the polarization degree (dop) that we address is connected with a local temporal average of the scattered field and can be spatially distributed.

The modification of polarization is demonstrated at each position of space, and we then study its spatial distribution. Hence such effect would not be confused with another global DOP which describes the average polarization that can be measured when a great number of speckle grains are collected within the detector aperture. This last phenomenon includes an additional spatial average and was previously investigated through a multiscale approach [14] to take account of the detector aperture. Its value can be deduced from speckle histograms [13]. Therefore and contrary to the local dop, the global DOP remains equal to zero when the incident light is unpolarized. In other words, the spatial average of local dop is most often different from the global DOP.

2. Repolarization by a scattering process: principles

2.1 The incident unpolarized field

Let us consider a coherent and depolarized incident light beam characterized by the electric field $E(r,t)$ illuminating a scattering medium whose Jones matrix is denoted $M = (v_{uv})$, and r is the spatial coordinate. In the plane $z = z_0$ (Fig. 1), this field is written as:

$$E(r,t) = \sqrt{I(r)} \begin{pmatrix} e_s(t) \\ e_p(t) \end{pmatrix} \quad (1)$$

where $\sqrt{I(r)}$ and $\begin{pmatrix} e_s(t) \\ e_p(t) \end{pmatrix}$ describe spatial and temporal variations. The degree of polarization of $E(r,t)$ is assumed to be zero whatever the r location. Therefore, at any point of the plane $z = z_0$, no temporal correlation exists between the Transverse Electric (TE or s) and the Transverse Magnetic (TM or p) modes, so that the complex modes correlation follows:

$$\mu = \frac{\langle e_s(t) \overline{e_p(t)} \rangle}{\sqrt{\langle |e_s(t)|^2 \rangle \langle |e_p(t)|^2 \rangle}} = \langle e_s(t) \overline{e_p(t)} \rangle = 0 \quad (2a)$$

with bars denoting the complex conjugation. In this relation, $e_s(t)$ and $e_p(t)$ are normalized as:

$$\langle |e_s(t)|^2 \rangle = \langle |e_p(t)|^2 \rangle = 1 \quad (2b)$$

The brackets $\langle \rangle$ stand for the temporal average. The spectral bandwidth $\Delta\omega$ of $E(r,t)$ is centered on the average frequency ω_0 and matches the quasi-monochromatic condition: $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$. Moreover this beam illuminates a scattering medium whose linear response is not frequency-dependent within the spectral domain, in order to preserve temporal coherence. In relation (2a) the correlation μ represents the non-diagonal term of the coherency matrix as defined in [22]

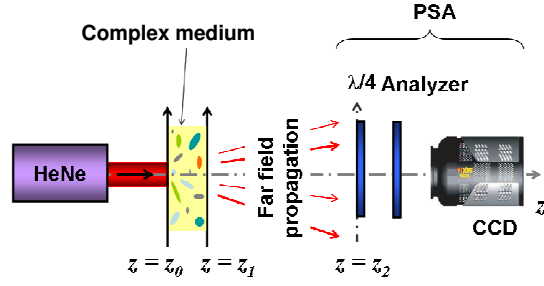


Fig. 1. Schematic view of the experiment.

2.2 The scattered field

Therefore, following the schematic view of Fig. 1, one can write the field E^{sc} scattered in the far field at one direction at infinity as $E^{\text{sc}} \approx M E$, that is:

$$E^{\text{sc}} = \begin{pmatrix} v_{ss} e_s(t) + v_{ps} e_p(t) \\ v_{sp} e_s(t) + v_{pp} e_p(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_s^{\text{sc}} \\ E_p^{\text{sc}} \end{pmatrix} \quad (3)$$

where the scattering coefficients (v_{uv}) of the Jones matrix M are for the v -polarized scattered waves resulting from a u -polarized illumination. Notice here that relation (3) is for the field scattered at a particular direction at infinity in the far field; that is, the scattering coefficients v_{UV} and the Jones matrix M are direction dependent. Notice also in this relation the absence of wave packet to take into account the propagation from z_1 to z_2 ; indeed we know from the stationary phase theorem [4] that in the far field at infinity, the wave packet (whose first-order approximation gives the Fresnel formalism) that describes the exact field at a particular direction can be reduced to a single Fourier component of the packet, here characterized by the (v_{uv}) coefficients. In other words, the scattered field is described by a plane wave in the far field.

Therefore and as usually done in the light scattering community, the (v_{uv}) coefficients can be predicted with exact electromagnetic methods [23–28] provided that the microstructure of the scattering medium is known [14]. However these numerical techniques are highly time-consuming for 3D arbitrary bulk structures and may not converge. For this reason we will use in the next section a fully developed speckle model [29] to predict the statistical angular behaviour of the (v_{uv}) matrix. Within this approach and considering a bulk scattering process, the four (v_{uv}) terms are known [13] to be mutually uncorrelated for a lambertian sample and to have similar average speckle patterns.

Notice also that these calculation methods take into account the whole illuminated area on the sample under study. Moreover, because the complex medium under study is perfectly identified, there is no need to average the electromagnetic calculation over multiple realizations; in other words, the sample has not to be translated or rotated, and the Jones matrix is perfectly identified and unique for one sample position. Indeed any motion of the sample would create a spatial average and cancel specific polarization signatures (the local dop would be turned into the global DOP). To summarize, the variation of scattering coefficients with direction or localization is deterministic and can be fully predicted with electromagnetism, whatever their derivatives.

2.3 Polarization parameters

The degree of polarization is defined from the coherence matrix in [[22], Eq. (4), 3-36, p136]. It is connected with the time averages of the modes squares and to their cross-correlation. For the scattered light this quantity is local and varies with location or direction. Comparison of theory and experiment can be immediate when the speckle is resolved.

Let us now express this dop^{sc} of the scattered field E^{sc} as a function of the correlation μ^{sc} between its polarization modes:

$$\text{dop}^{\text{sc}} = \sqrt{1 - 4\beta \left(1 - |\mu^{\text{sc}}|^2\right) / (1 + \beta)^2} \quad (4)$$

with β the polarization ratio:

$$\beta = \frac{\langle |v_{ss}e_s(t) + v_{ps}e_p(t)|^2 \rangle}{\langle |v_{sp}e_s(t) + v_{pp}e_p(t)|^2 \rangle} = \frac{\langle |E_s^{\text{sc}}|^2 \rangle}{\langle |E_p^{\text{sc}}|^2 \rangle} \quad (5)$$

and the correlation:

$$\mu^{\text{sc}} = \frac{\langle (v_{ss}e_s(t) + v_{ps}e_p(t))(v_{sp}e_s(t) + v_{pp}e_p(t)) \rangle}{\sqrt{\langle |v_{ss}e_s(t) + v_{ps}e_p(t)|^2 \rangle \langle |v_{sp}e_s(t) + v_{pp}e_p(t)|^2 \rangle}} = \frac{\langle E_s^{\text{sc}} \overline{E_p^{\text{sc}}} \rangle}{\sqrt{\langle |E_s^{\text{sc}}|^2 \rangle \langle |E_p^{\text{sc}}|^2 \rangle}} \quad (6)$$

Provided that all media are static (the scattering coefficients are time constants), and taking into account relations (2a), (2b), relations (5) and (6) are turned into:

$$\beta = \frac{|v_{ss}|^2 + |v_{ps}|^2}{|v_{sp}|^2 + |v_{pp}|^2} \quad (7)$$

and

$$\mu^{\text{sc}} = \frac{v_{ss}\overline{v_{sp}} + v_{ps}\overline{v_{pp}}}{\sqrt{(|v_{ss}|^2 + |v_{ps}|^2)(|v_{sp}|^2 + |v_{pp}|^2)}} \quad (8)$$

Therefore and because the (v_{uv}) coefficients are independent in the general case of arbitrary scattering media, Eq. (8) ensures that the temporal correlation μ^{sc} will not be identically equal to zero, but will be distributed in modulus within the interval [0;1] depending on space location and sample microstructure. Extreme situations may occur when this correlation is zero or unity. The first situation (zero correlation) is that of slightly inhomogeneous samples (polished surfaces or transparent bulk substrates) that are known [28] to exhibit negligible cross-scattering coefficients ($v_{uv} \approx 0$) in the incidence plane; with these samples the temporal correlation remains zero ($\mu^{\text{sc}} = 0$) and the scattered light remains unpolarized ($\text{dop}^{\text{sc}} = 0$) if the polarization ratio is unity ($\beta = 1$). On the other hand, in the general case of arbitrary samples, the presence of cross-scattering coefficients will make the temporal correlation and the dop^{sc} not to be zero. So, even though the illumination beam is perfectly unpolarized, relation (8) shows that the scattered light can be partially or totally polarized in the far field depending on the scattering samples and the space direction.

3. Comparison of experiment and numerical calculation

3.1 Numerical calculation

Numerical simulation has first been performed to illustrate this phenomenon. We did not use exact electromagnetic theory because time-consuming is prohibitive for 3D bulk calculation. Instead of that we used a fully developed model from Goodman [29] where each speckle pattern (v_{uv}) is obtained via the Fourier Transform of a random phasor matrix [29]. Here, the non-zero domain is a square of 2^7 points length within a square of 2^{10} points length.

Figure 2(a) shows the spatial repartition of the local dop^{sc} of the scattered far field at infinity in a plane perpendicular to propagation. Depending on the space location (or direction), the dop varies from 0 to 1. Therefore it is different from that of the incident light, which was zero at any location. Such result is in agreement with the prediction of relation (8) given in the preceding section.

One can also address statistical properties of the local dop of the scattered light. Taking all data of Fig. 2(a), we extracted the dop spatial histogram and plotted the resulting probability density function (see Fig. 2(b)). We notice that the pdf dop function follows a $p(u) = 3u^2$ law, and the resulting spatial average of local dop is found to be:

$$\int_0^1 up(u)du = 3/4 \quad (9)$$

Such value emphasizes a significant increase of local polarization. Notice that the pdf function and the average are here deduced from numerical simulation and not by theoretical analysis of the statistical properties of the scattering process. Equation (9) indicates that light scattered by a highly inhomogeneous sample under unpolarized illumination will exhibit a 75% average of local polarization degree. In other terms, polarization modes have recovered partial order at the speckle size when passing through the disordered medium.

Notice again that these results would not be confused with the global DOP which is different from the spatial average of the local DOP; in our configuration the global DOP is close to zero, due to the spatial independence of the scattering coefficients, and to their quasi-identical spatial mean squares [14].

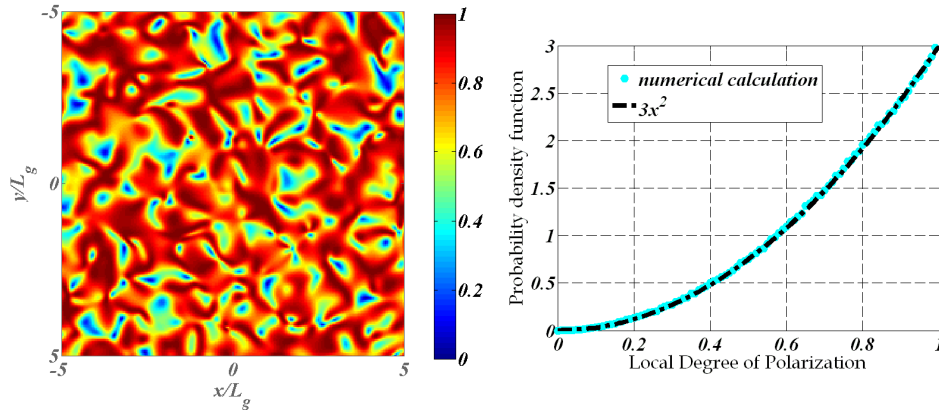


Fig. 2. (a-b): Calculation (left figure- a) of the local DOP in the far field with a random phasor matrix. The resulting dop average is 0.75. L_g is the mean speckle size. Probability density function (right figure- b) of the local degree of polarization.

3.2 Experiment

To go further, experiment has been used to confirm the process of local repolarization by a scattering medium. For that we used a MgF_2 sample often used for calibration in scattering apparatuses. This means that the sample scatters all the incident light and that its angular pattern follows a lambertian law ($\cos\theta$ curve, with θ the scattering angle). Moreover, previous experiments [13] have shown that scattering from this sample originates from its bulk, due to the transparency of MgF_2 .

The sample was illuminated with a collimated He-Ne ($\lambda = 632.8$ nm) unpolarized (incident $\text{dop} \approx 4\%$) laser beam of 3 mm diameter. The mean speckle size at the 1m distance associated to the measurement is $L_g = 0.2\text{mm}$. The local dop^{sc} of the light scattered in the far field is classically measured [22] via the four Stokes images measurement. No lens is present in the system (Fig. 1). The optical elements of the PSA are a quarter wave plate, a linear

analyzer and a high sensitivity 1024*1024 pixels CCD array. Figure 3(a) shows the transverse variations of the local dop^{sc} recorded in the far field, which varies from 0 to 1 depending on space location. Again the measured spatial average of this dop is 0.75, and the pdf law follows $3u^2$ (see Fig. 3(b)), in excellent agreement with prediction. Notice that this result is intrinsically related to the random phasor model [29], and thus should hold for most high scattering media. On the other hand, samples with lower scattering will surely emphasize different pdf laws.

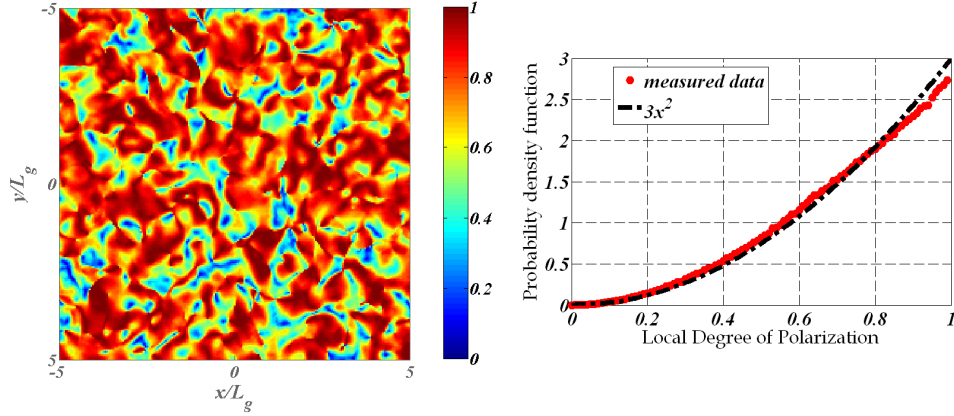


Fig. 3. (a) Measurement of the local dop in the far field. The resulting average is 0.75. Probability density function (right figure- b) of the local degree of polarization.

4. Conclusion

Calculation and measurements have shown excellent agreement to emphasize the process of light repolarization by scattering media at the speckle scale. An illustration was given with a highly inhomogeneous bulk and the result is a 0.75 average degree of local polarization and a $3u^2$ pdf probability local dop function.

One may wonder whether specific media could allow to confer full local polarization to the scattered light resulting from unpolarized illumination. Following relation (8), one can show that such media would exhibit scattering coefficients following the condition:

$$v_{ss} v_{pp} = v_{sp} v_{ps} \quad (10)$$

Such condition cannot be fulfilled in the framework of first-order theories [29], but could occur when multiple reflection dominates scattering. Because it cancels the determinant of the Jones matrix, relation (10) would allow different incident waves to create the same speckle pattern. However keeping the condition for all speckle grains does not appear realistic a priori. Relation (10) addresses inverse problems outside the scope of this paper.

It is also necessary to notice one key difference in the repolarization processes obtained by beam combination inside an interferometer [9] and by light scattering. In the first situation and though the beams are combined, there is no mixing (S with P) of the polarization modes, which means that only the S modes (resp. P modes) are superimposed for each beam. Therefore the modes cross-correlation is not changed (remains equal to zero) and temporal disorder is not reduced: the repolarization process only results from the relative weight of energy carried on each axis, which was modified by the interferometer; to be complete, in such experiment repolarization of light is connected with the polarization ratio β and vanishes in the case $\beta = 1$, due to the relationship:

$$\mu = 0 \Leftrightarrow \text{DOP} = |1 - \beta| / |1 + \beta| \quad (11)$$

On the other hand, light scattering allows a spontaneous mixing of the polarization modes (see relation (3)), due to the presence of cross-scattering coefficients. Such mixing of S and P modes describes a linear combination of random variables (the polarization modes) on each axis. Hence the resulting variables on each axis may exhibit new cross-correlation values, though the initial ones were totally uncorrelated: the temporal disorder can be reduced, which allows the repolarization process. This result is valid whatever the β value. Notice also that this scatter-induced repolarization process would vanish in the absence of cross-scattering coefficients, what can occur at low scattering levels predicted with perturbative theories [23, 30] and characteristic of slightly inhomogeneous media.

All results provide new signatures for the identification of disordered media under unpolarized illumination; indeed the average dop value and its histogram are microstructure-related and can be calibrated versus structural parameters of samples. In other words, and provided that the dop histogram has been calculated for different bulk inhomogeneities, direct comparison to experiment will help in the identification of samples.

Applications concern security and remote sensing, biophotonic and biomedical optics, lighting, microscopy and metrology.



UNIVERSITE DE DROIT, D'ECONOMIE ET DES SCIENCES D'AIX-MARSEILLE
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE SAINT-JEROME
U.F.R. "RECHERCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE"

SOUTENANCE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : Electromagnétisme

NOM et Prénom de l'étudiant : Monsieur Gabriel SORIANO

SUJET : Etude de la diffraction électromagnétique par des surfaces rugueuses bidimensionnelles.

RAPPORTEURS :

M. Jean Jacques GREFFET, Professeur, Ecole Centrale, PARIS
M. Pierre BORDERIES, Industriel, ONERA, Centre de TOULOUSE

JURY :

M. Jean Jacques GREFFET, Professeur, Ecole Centrale, PARIS
M. Denis POGARIELOFF, Ingénieur, Alcatel Space Industries, CANNES LA BOCCA
M. Jacques ROBINEAU, Ingénieur, ONERA, PALAISEAU
M. Hugues GIOVANNINI, Professeur, Université d'AIX MARSEILLE III
M. Marc SAILLARD, Professeur, Université d'AIX MARSEILLE I
M. Pierre BORDERIES, Industriel, ONERA, Centre de TOULOUSE

Date de l'épreuve : 26 octobre 2000 à 14 heures

SOUTENANCE :

- Président désigné par le Jury :

Jean-Jacques Greffet

- Rapporteur de soutenance désigné par le Jury :

idem

- Résultat : * décision :

* mention :

très honorable

L'UFR "Recherche Scientifique et Technique" est opposée à l'attribution des félicitations et recommande au jury qu'elles ne soient pas attribuées.

Les membres du Jury (nom-signature)

H. Giovanni
H. GIOVANNINI

Jacques Robineau

Pierre Borderies

D. Pogarielloff

Le Président du Jury

M. SAILLARD

M. Saillard

J.-J. Greffet
Greffet

RAPPORT DE SOUTENANCE : (qui doit faire état de la qualité de l'exposé, des réponses aux questions des membres du jury, des remarques faites sur l'ensemble de la soutenance). Utiliser le verso.

Gabriel SORIANO a fait un exposé très vivant, montrant une grande aisance et spontanéité à l'oral. Il a ainsi confirmé l'impression qui se dégageait de la lecture du manuscrit, à la fois complet et concis.

Dans son exposé et par ses réponses aux questions, Gabriel SORIANO a montré sa bonne maîtrise des aspects physiques, mathématiques et informatiques du problème. Le jury a été particulièrement sensible à l'honnêteté intellectuelle et à la rigueur de son travail.

Le jury a décidé de suivre la position de l'UFR Recherche Scientifique et Technique et de ne pas discuter de l'éventuelle attribution de la mention "avec félicitations du jury".

Résumé

Ce manuscrit présente une synthèse des travaux post-doctoraux de recherche que j'ai mené entre 2000 et 2013 à l'Institut Fresnel sur le campus marseillais de Saint-Jérôme. Ces travaux portent essentiellement sur la modélisation rigoureuse et approchée de la diffraction des ondes électromagnétiques par des surfaces rugueuses, et ses applications à la télédétection océanique microonde et à l'Optique. Le manuscrit est organisé autour de cinq résultats marquants :

- Un des intérêts d'un modèle rigoureux est de tester différentes approximations physiques. Pour la diffraction surfacique, l'approche classique consiste à utiliser un faisceau comme champ incident pour éviter les effets de bords. Cette approche ne permet pas l'étude des angles d'incidence rasants, alors même que la validité de nombreuses théories approchées y est extrêmement spéculative. Notre maîtrise du formalisme intégral de frontière et des techniques numériques associées nous a permis de contourner cette limitation. Les premières simulations ainsi publiées, et accompagnées de résultats théoriques, sont autant de repères dans ce nébuleux domaine.
- Dans la communauté de la télédétection océanique, calcul de surface efficace radar et modèle à deux échelles sont quasiment synonymes. Malgré les élégantes théories d'ordre supérieur publiées, ce modèle ad hoc reste indétrônable. Notre GOSSA est une simple amélioration de ce modèle ; il connaît pourtant une diffusion remarquable, en France et même outre-Atlantique.
- Le calcul du spectre Doppler océanique avec un modèle électromagnétique rigoureux et un modèle hydrodynamique non-linéaire sur des surfaces bidimensionnelles est un exploit que nous avons publié en 2006 et qui reste aujourd'hui inégalé.
- Les profilomètres optiques pour la mesure de rugosité sont batis sur des modèles d'interaction onde-surface élémentaires. Nous avons fait la preuve que des mesures expérimentales peuvent être inversées avec une résolution latérale très inférieure au critère d'Abbe-Rayleigh. Pour prendre en compte les interactions multiples, un modèle électromagnétique rigoureux est requis. L'inversion est alors itérative.
- Il est tout à fait contre-intuitif qu'une lumière totalement dépolarisée (naturelle) soit fortement repolarisée lors de sa diffusion par un milieu desordonné. Ce résultat d'Optique statistique qui couvre une très large classe de milieux diffusants a été validé expérimentalement avec une troublante précision. Il donne un nouvel éclairage sur la polarisation et son lien avec la notion d'ordre et d'organisation.

Mots clés diffraction par des surfaces rugueuses, télédétection océanique, profilométrie optique, polarisation de la lumière.